

ГРИГОРІЙ БЕВЗ, ВАЛЕНТИНА БЕВЗ,  
ДАРИНА ВАСИЛЬЄВА, НАТАЛІЯ ВЛАДІМІРОВА

# АЛГЕБРА

Підручник для 7 класу  
закладів загальної середньої освіти

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України*

Київ  
Видавничий дім «Освіта»  
2024







УДК 512\*кл7(075.3)  
А34

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України  
(наказ Міністерства освіти і науки України від 05.02.2024 № 124)

**ВИДАНО ЗА РАХУНОК ДЕРЖАВНИХ КОШТІВ. ПРОДАЖ ЗАБОРОНЕНО**

Підручник розроблено за модельною навчальною програмою  
«Алгебра. 7–9 класи» для закладів загальної середньої освіти  
(авт. Бурда М. І., Тарасенкова Н. А., Васильєва Д. В.)

### Умовні позначення

-  — попрацюйте в парах
-  — попрацюйте в групах
-  — склади розповідь чи задачу
-  — завдання для обговорення в парі
-  — завдання дослідницького характеру
-  — завдання з використанням ІКТ
- \* — завдання підвищеної складності
- 34.** — завдання, рекомендоване для домашньої роботи

#### До уваги вчителів!

Підручник підтримано інтерактивними уроками алгебри.  
Цифрові додатки та інші додаткові матеріали за  
посиланням:

<http://inform1.yakistosviti.com.ua/matematyka/algebra-7>  
<https://vse.ee/ciud>



А34 **Алгебра** : підруч. для 7 класу закладів загальної  
середньої освіти / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Д. В. Васильєва,  
Н. Г. Владімірова. — К. : Видавничий дім «Освіта»,  
2024. — 272 с. : іл.

ISBN 978-966-983-466-9.

**УДК 512\*кл7(075.3)**

ISBN 978-966-983-466-9

© Бевз Г. П., Бевз В. Г., Васильєва Д. В.,  
Владімірова Н. Г., 2023  
© Видавничий дім «Освіта», 2024

## ДОРОГІ СЕМИКЛАСНИКИ І СЕМИКЛАСНИЦІ!

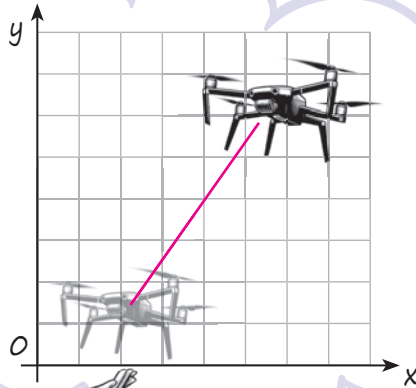
- **Алгебра** – частина математики, яка разом з арифметикою та геометрією належить до найдавніших складових цієї науки.
- Знання алгебри необхідні не тільки тому, що вона дає найкращі методи розв'язування найважчих задач, а й тому, що в ній формується математична мова, яка використовується фахівцями/фахівчинями різних галузей науки і техніки.

Формули  
скороченого множення

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$



- Алгебра досить багата за змістом і дуже потрібна. Ви вивчатимете її до закінчення школи, а дехто – й у вищих навчальних закладах.
- Розпочати опанування курсу шкільної алгебри вам допоможе цей підручник.

## Як ПРАЦЮВАТИ з ПІДРУЧНИКОМ

Читаючи теоретичний матеріал, основну увагу звертай на слова, надруковані **жирним шрифтом**. Це **математичні терміни**.<sup>1</sup> Треба зрозуміти, що ці слова означають, і запам'ятати їх. Виділені **жирним речення** — це **правила або інші важливі математичні твердження**.<sup>2</sup> Їх треба пам'ятати й уміти застосовувати. Кожен параграф підручника містить рубрику «Хочеш знати ще більше?»<sup>3</sup>, у якій пропонуються додаткові відомості для учнів та учениць, котрі особливо цікавляться математикою.

1

Розв'язуючи різні задачі, часто доводиться множити двочлени виду  $a + b$  і  $a - b$ ,  $a + b$  і  $a + b$  тощо. Щоб у таких випадках відразу можна було написати відповіді, корисно запам'ятати певні тотожності, які називають **формулами скороченого множення**.

Помножимо двочлен  $a + b$  на  $a + b$ :

$$(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Отже,  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

2

### Розділ 2. Розкладання многочленів на множники

**Різниця квадратів двох виразів дорівнює добутку їх суми і різниці.**

Приклади.  $x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x + 4)(x - 4)$ ,

$$25a^2 - c^4 = (5a)^2 - (c^2)^2 = (5a + c^2)(5a - c^2).$$

Формула різниці квадратів досить зручна для розкладання многочленів на множники.

3

### ХОЧЕШ ЗНАТИ ЩЕ БІЛЬШЕ?

Іноді вдається розкласти многочлен на множники, якщо додати і відняти від нього один і той самий вираз.

**Приклад.** Розклади на множники двочлен  $a^4 + 4$ .

*Розв'язання.* Додамо до даного двочлена вираз  $4a^2 - 4a^2$ .

$$\begin{aligned} a^4 + 4 &= a^4 + 4a^2 - 4a^2 + 4 = (a^4 + 4a^2 + 4) - 4a^2 = (a^2 + 2)^2 - (2a)^2 = \\ &= (a^2 + 2 - 2a)(a^2 + 2 + 2a) = (a^2 - 2a + 2)(a^2 + 2a + 2). \end{aligned}$$

Відповідай на запитання рубрики «Перевір себе»<sup>4</sup>, і ти зможеш закріпити, узагальнити й систематизувати здобуті знання, уміння та навички, одержані під час вивчення теми. У рубриці «Виконаємо разом!»<sup>5</sup> наведено зразки розв'язання найважливіших видів вправ. Пропонуємо ознайомитися з цими прикладами, перш ніж виконувати домашні завдання.

#### ПЕРЕВІР СЕБЕ

1. Які вирази називають многочленами?
2. Що означає «розкласти многочлен на множники»?
3. Із якого закону дій випливає спосіб розкладання многочлена на множники винесенням за дужки спільного множника?

4

#### ВИКОНАЄМО РАЗОМ!

1. Піднеси до квадрата двочлен:

а)  $3x - c$ ;

б)  $-2x - 3y$ .

*Розв'язання.*

а)  $(3x - c)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot c + c^2 = 9x^2 - 6xc + c^2$ ;

б)  $(-2x - 3y)^2 = -(2x + 3y)^2 = (2x + 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$ .



5

Добре підготуватися до тематичного оцінювання або самостійно оцінити свої навчальні результати також допоможе цей підручник. Перевірити свої знання ти зможеш, виконуючи завдання рубрик «Завдання для самостійної роботи», «Готуємося до тематичного оцінювання» та «Типові завдання для контрольної роботи».

А виконати проекти ти зможеш, якщо перейдеш на сторінку із цифровими додатками <https://vse.ee/ciud> та обереш посилання «Учнівські проекти».

Перш ніж працювати з підручником, перейди на сторінку із цифровими додатками <https://vse.ee/ciud> та обери посилання «Відомості за 5–6 клас» та «Що ти вже знаєш?»



*Бажаємо успіхів у навчанні!*

# РОЗДІЛ 1. ЦІЛІ ВИРАЗИ

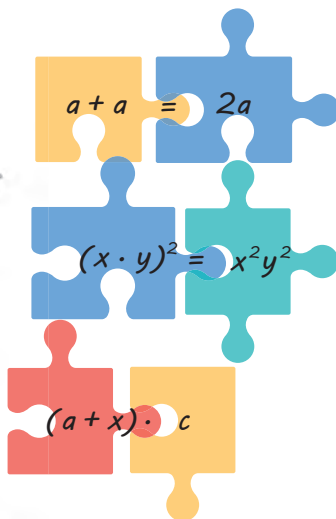
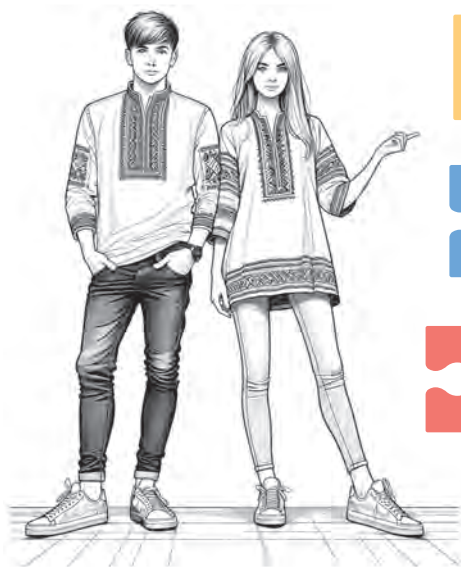
«Алгебру можна розглядати як мову особливої властивості.»

*М. В. Остроградський*



Вирази в математиці відіграють приблизно таку саму роль, як слова в мові або як окремі цеглини в будинку.

Математична мова — це мова виразів. Щоб опанувати її, треба навчитися оперувати математичними виразами, розуміти їх зміст, уміти записувати в зручному вигляді. Існують різні види математичних виразів.



У цьому розділі ти дізнаєшся про:

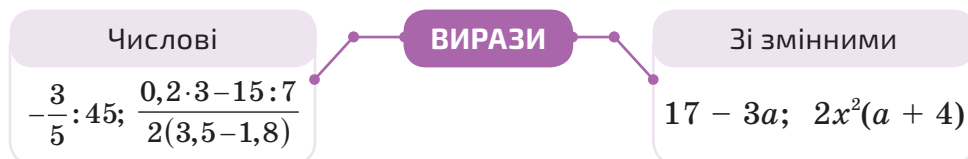
- вирази зі змінними;
- вирази зі степенями;
- одночлени;
- многочлени;
- дії над многочленами.

# § 1. Вирази зі змінними

## КЛЮЧОВІ СЛОВА

- вирази зі змінними — *expressions with variables*
- цілі вирази — *integer expression*
- числові вирази — *numerical expression*

У математиці вирази відіграють дуже важливу роль. Вирази бувають числові та зі змінними.



Далі ми розглядатимемо переважно вирази зі змінними.

Вираз  $\frac{2}{3}(x-5)+3x$  містить одну змінну  $x$ .

Вираз  $2ax + cx^2$  містить три змінні:  $a$ ,  $c$  і  $x$ .

Кожний числовий вираз (який не містить ділення на 0) має одне значення.

Вираз зі змінними при різних значеннях цих змінних може набувати різних значень. Для прикладу знайдемо значення виразу  $3a + 5$ , якщо  $a$  дорівнює 1, 2, 3 і  $-4$ .

Якщо  $a = 1$ , то  $3a + 5 = 3 \cdot 1 + 5 = 8$ ;

Якщо  $a = 2$ , то  $3a + 5 = 3 \cdot 2 + 5 = 11$ ;

Якщо  $a = 3$ , то  $3a + 5 = 3 \cdot 3 + 5 = 14$ ;

Якщо  $a = -4$ , то  $3a + 5 = 3 \cdot (-4) + 5 = -7$ .

Результати обчислень можемо також записати в таблицю.

$a$	1	2	3	$-4$
$3a + 5$	8	11	14	$-7$

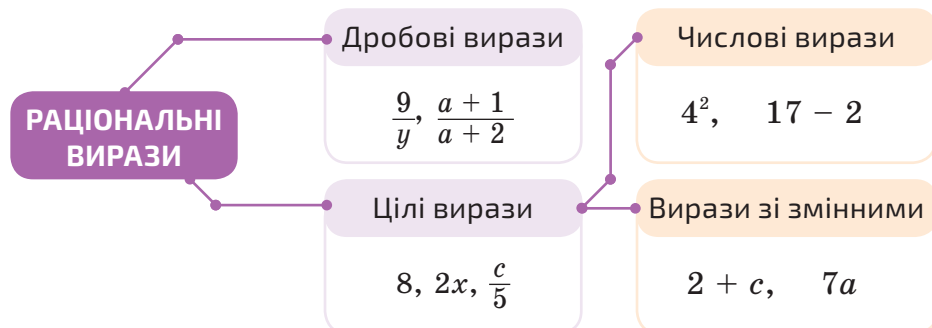
Якщо вираз містить кілька змінних, наприклад  $2a - 3x$ , то для знаходження його значення слід мати або надавати значення для кожної змінної.

Якщо  $a = 7$  і  $x = 5$ , то  $2a - 3x = 2 \cdot 7 - 3 \cdot 5 = 14 - 15 = -1$ .

Якщо вираз не містить ніяких інших дій, крім додавання, віднімання, множення, піднесення до степеня і ділення, його називають **раціональним виразом**.

Наприклад,  $2x + n$ ,  $-\frac{2}{3}(x-5)^3$ ,  $\frac{a-c}{2a+c}$ ,  $a + \frac{1}{x+c}$ .

Раціональний вираз, який не містить ділення на вираз зі змінною, називають **цілим**.



У цьому розділі ми розглядатимемо тільки цілі вирази.

Вирази  $a + b$ ,  $a - b$ ,  $a \cdot b$ ,  $a : b$  — відповідно сума, різниця, добуток і частка змінних  $a$  і  $b$ . Читають їх і так: «сума чисел  $a$  і  $b$ », «різниця чисел  $a$  і  $b$ » тощо.

Математичними виразами вважають також окремі числа або змінні. Наприклад,  $2$ ,  $0$ ,  $x$ ,  $-a$ .

Записи, що містять знаки рівності або нерівності, наприклад:  $2 + 3 = 5$ ,  $x < 5$ , не є виразами.

### ХОЧЕШ ЗНАТИ ЩЕ БІЛЬШЕ?

Раніше ти розрізняв/розрізняла *числові вирази* і *буквені вирази*, однак у сучасній математиці буквами позначають не тільки невідомі числа. Наприклад, буква  $\pi$  позначає відношення довжини кола до його діаметра; його наближене значення дорівнює 3,14. Тому вираз  $\pi + 2,5$ , хоч і містить букву  $\pi$ , є числовим виразом. Згодом ти ознайомишся з виразами  $P_4$ ,  $C_5^2$ ,  $\sin \pi$  та багатьма іншими, які містять букви, але не такі, замість яких можна підставляти числа. Тому далі ті букви, замість яких можна підставляти різні числа, ми називатимемо *змінними*, розуміючи, що їх значення можуть змінюватися. А вирази, які містять такі змінні, називатимемо *виразами зі змінними*.

Словом *вираз* в українській мові часто називають і висловлення (наприклад, крилатий вираз), і вияв настрою (вираз обличчя) тощо. У математиці цим словом коротко називають математичний вираз. А *математичний вираз* — це написані в якому-небудь зрозумілому порядку математичні символи, включаючи числа, букви, знаки дій, дужки, знаки відсотків, модуля тощо. Наприклад, старшокласники і старшокласниці, крім інших, розглядають і такі вирази:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}, \quad \sum_{n=1}^9 n^2, \quad \int_0^a x^2 dx.$$

Що вони означають, ти згодом дізнаєшся.



## ПЕРЕВІР СЕБЕ

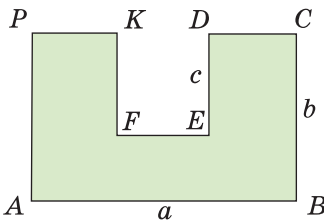
1. Наведи приклад числового виразу.
2. Наведи приклади виразів зі змінною, із двома змінними.
3. Які вирази називають: а) раціональними; б) цілими?

## ВИКОНАЄМО РАЗОМ!



1. Запиши у вигляді виразу число, яке має:
  - а)  $a$  сотень,  $b$  десятків і  $c$  одиниць;
  - б)  $m$  тисяч і  $n$  десятків.
 Розв'язання. а)  $100a + 10b + c$ ; б)  $1000m + 10n$ .
2. Відомо, що  $a + b = 35$ . Знайди значення виразу  $7a + 7 + 7b$ .
 Розв'язання. Скористаємося переставним і сполучним законами додавання та розподільним законом множення:
 
$$7a + 7 + 7b = 7a + 7b + 7 = (7a + 7b) + 7 = 7(a + b) + 7 = 7 \cdot 35 + 7 = 252$$
 або
 
$$7a + 7 + 7b = 7a + 7b + 7 = 7(a + b + 1) = 7(35 + 1) = 7 \cdot 36 = 252$$

3. Знайди периметр многокутника, зображеного на малюнку 1.1, якщо  $AB = a$ ,  $BC = b$ ,  $DE = c$ .



Мал. 1.1

Розв'язання.

Оскільки  $CD + EF + KP = AB$ ,  
то  $AB + BC + CD + DE + EF + FK +$   
 $+ KP + PA = 2AB + 2BC + 2DE =$   
 $= 2a + 2b + 2c$ .

## ВИКОНАЙ УСНО



1. Прочитай вирази, використовуючи терміни «сума», «різниця», «добуток» і «частка».
 

а) $m + n$ ;	б) $m - x$ ;	в) $1 : c$ ;
г) $2ax$ ;	г) $\frac{1}{2}(x+y)$ ;	д) $\frac{2}{3}(x-2)$ .
2. Які із записів є виразами?  
 А  $2ax - x^2$     Б  $a + b = b + a$     В  $2(3 - 0,7) - 3,5$     Г  $3x = 7$
3. Який із виразів є виразом зі змінною?  
 А  $37a - 2,4$     Б  $2,5$     В  $48 - 3,7(2 - 3,5)$     Г  $24\%$

4. Знайди значення змінної  $x$ , при якому значення виразу  $2x - 2$  дорівнює 4.

А 1                      Б 2                      В 3                      Г -4

5. Довжини сторін картини прямокутної форми становлять  $a$  і  $b$ . Що означають вирази:  $ab$ ;  $2(a + b)$ ;  $a + b$ ?



6. Альбом коштує  $x$  грн, а кольорові олівці  $y$  грн. Що означає вираз:



а)  $x + y$ ;              б)  $x - y$ ;              в)  $2x + 3y$ ;              г)  $x : y$ ?

**ВИКОНАЙ ПИСЬМОВО РІВЕНЬ А**



7. Запиши у вигляді числового виразу та обчисли його значення:

а) суму чисел 5 і 7;                                      б) піврізницю чисел 8 і -3;  
в) добуток чисел 15 і -4;                              г) відношення чисел 12 і 4.

8. Запиши у вигляді виразу й обчисли його значення:

а) подвоєний добуток чисел 74 і 0,5; б) різницю чисел 38 і 7,6;  
в) добуток суми чисел 38 і 12 на їх різницю.

9. Запиши суму, різницю, добуток і частку виразів:

а) 2 і  $c$ ;                      б)  $2x$  і  $c - x$ ;                      в)  $2k^2$  і  $p$ .

10. Запиши:

а) суму чисел  $a$  і  $x$ ;                                      б) добуток чисел  $k$  і  $n$ ;  
в) різницю чисел  $c$  і  $d$ ;                                      г) півсуму чисел  $x$  і  $y$ ;  
г) частку чисел  $a$  і  $x$ ;                                      д) подвоєний добуток  $a$  і  $x$ .

11. Знайди значення виразу.

а)  $0,5x - 3$ , якщо  $x = 10$ ;                                      б)  $x + 9,7$ , якщо  $x = -10$ ;  
в)  $x(x + 2,4)$ , якщо  $x = 0,6$ ;                                      г)  $3x(5 - x)$ , якщо  $x = -2,5$ .

12. Find the value of the expression.

а)  $a + c - 3$ , if  $a = 2$ ,  $c = 7,5$ ; б)  $2x - 3z + 1$ , if  $x = 1$ ,  $z = \frac{1}{3}$ ;  
в)  $2xy(x - y)$ , if  $x = 2$  and  $y = 5$ ;  
д)  $3a(x + y - 4)$ , if  $a = \frac{1}{3}$ ,  $x = 7$  and  $y = 5$ .

13. Заповни таблицю.

$n$	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$5 - 2n$								

14. Заповни таблицю.

$a$	3	4	5	6	7	8	9
$n$	0	1	-1	2	-2	3	-3
$2a + 5n$							

15. Запиши у вигляді виразу число, яке має:

- а)  $a$  десятків і 6 одиниць;      б) 5 десятків і  $b$  одиниць;  
в)  $a$  одиниць,  $b$  десятків і  $c$  сотень.

16. Запиши у вигляді виразу число, яке має:

- а)  $m$  десятків і  $n$  одиниць;      б)  $a$  сотень і  $c$  одиниць;  
в)  $a$  одиниць,  $c$  сотень і  $d$  тисяч.

17. Гра. Перший гравець / перша гравчиня задає буквою кількість сотень, другий/друга — кількість десятків, третій/третя — кількість одиниць. Четвертий/четверта має записати у вигляді виразу це число. Потім поміняйтеся ролями.



### ВИКОНАЙ ПИСЬМОВО РІВЕНЬ Б

Знайди значення виразу (18, 19).

18. а)  $(2,75 - 0,65 : 2,6) \cdot 4 - 1$ ;    б)  $5 - (0,8 + 15,15 : 7,5)$ ;  
в)  $\left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10} + \frac{1}{20}\right) \cdot 1\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ ;    г)  $\left(0,02 \cdot 0,5 + 7,904 : 0,38 - 21 : 10\frac{1}{2}\right) \cdot 2,9$ .
19. а)  $3,18 - (0,13 + 4,27 : 1,4)$ ;    б)  $5,9 - (6,3 : 3,5 - 5,6)$ ;  
в)  $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + 12\frac{2}{15}\right) : \frac{1}{15}$ ;    г)  $\left(7,344 : 0,36 + 16\frac{1}{4} : 5 - 0,5 \cdot 0,2\right) \cdot 0,08$ .

Для яких значень  $x$  дорівнюють одне одному значення виразів (20, 21)?

20. а)  $3(x + 1) - 7$  і  $2x - 9$ ;  
б)  $2x + 5x$  і  $2(x + 5)$ ;  
в)  $0,5x + 2(7 - x)$  і  $1,5x - 5(x + 2)$ .
21. а)  $8 - 2(3 - x)$  і  $5 - 3(3 - 2x)$ ;  
б)  $1 + 3(x - 5)$  і  $1 + 3x) - 5x$ ;  
в)  $\frac{2}{3}x - \frac{7}{9} + 5$  і  $x - \frac{1}{6}(2 - 6x)$ .

Пригадай розподільну властивість множення — зіскануй QR-код



<https://vse.ee/cfy>

22. Запиши у вигляді виразу:

- а) число хвилин в  $x$  годинах;  
б) число кілометрів в  $p$  метрах;  
в) швидкість в метрах за секунду, якщо вона дорівнює  $v$  кілометрів за годину.

23. Запиши у вигляді виразу:

- а) число грамів в  $x$  кілограмах;  
 б) число копійок в  $p$  гривнях;  
 в) швидкість в м/год, якщо вона дорівнює  $v$  км/год.

24. Запиши відповідь до задач у вигляді виразу.

а) Скільки заплатили за 5 м вовняної тканини та  $x$  метрів шовку, якщо ціна 1 м вовняної тканини —  $k$  грн, а 1 м шовку — 900 грн?

б) Довжина ділянки прямокутної форми становить  $a$  м, а її ширина на 10 м менша. Цю ділянку потрібно обнести огорожею. Знайди довжину огорожі.

25. За малюнком 1.2 запишіть відповідні вирази.

а) Яка вартість  $s$  пар шкарпеток, якщо ціну вказано за роздрібну покупку і покупець має готівку?

б) Яка вартість  $n$  сірих і  $k$  чорних шкарпеток за умови, що покупець розплачується універсальною картою Mastercard?

в) Яку знижку зробив магазин за оптову закупку покупцю, що розплачувався готівкою, якщо в результаті ціна пари шкарпеток становила  $p$  грн?



Мал 1.2

26. Запиши у вигляді виразу число, яке має:

- а)  $a$  одиниць,  $n$  десятих і  $m$  сотих;  
 б)  $s$  десятків,  $a$  одиниць,  $n$  десятих і  $m$  сотих.

27. Трицифрове число має  $a$  сотень,  $b$  десятків і  $c$  одиниць. Запиши у вигляді виразу суму даного числа і числа, записаного тими самими цифрами, але у зворотному порядку.

28. Відомо, що  $x - y = 12$ . Знайди значення виразу:

- а)  $\frac{1}{3}(x - y)$ ; б)  $4y - 4x$ ; в)  $\frac{y - 6 - x}{9}$ ; г)  $\frac{4(x + y) - 8y}{15}$ .

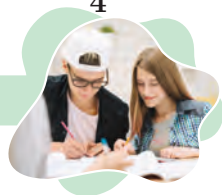
29. Відомо, що  $a = -5$ ,  $b - c = 4$ . Знайди значення виразу:

- а)  $3a + 2b - 2c$ ; б)  $\frac{ac - ab}{10}$ ; в)  $\frac{3a(b - c + 1)}{7,5}$ ; г)  $\frac{6c - 6b}{5} - \frac{a + 6}{4}$ .

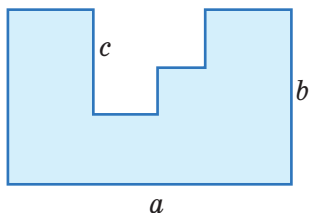
### ЦІКАВІ ЗАДАЧІ

30. Склади формулу числа:

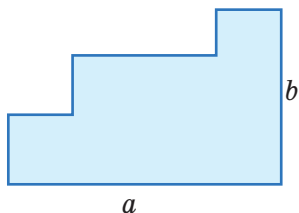
- а) кратного 5;  
 б) кратного 5 і парного;  
 в) кратного 5 і непарного;  
 г) кратного 5 і 3 одночасно.



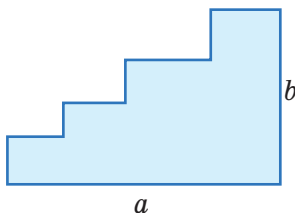
31. Визнач периметри многокутників, зображених на малюнках.



Мал. 1.3



Мал. 1.4



Мал. 1.5

### ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ



32. Розв'яжи рівняння.

а)  $(2x + 3) + (4x - 8) = 37$ ;      б)  $5 - 3z - (3 - 4z) = 42$ ;  
 в)  $0,7 + x - (-0,7 + 4x) = -37$ ;    г)  $-7,2 - (3,6 - 4,5x) = 2,7x$ .

33. Дві учениці, які в інтерактивному конкурсі посіли I і II місце, разом одержали для своїх шкіл 120 нетбуків. Скільки нетбуків одержала кожна школа, якщо за перше місце вручили вдвічі більше нетбуків, ніж за друге?

34. Знайди суму всіх дільників числа: а) 8; б) 18; в) 28; г) 38.

## §2. Тотожні вирази

### КЛЮЧОВІ СЛОВА

• тотожність — *identity*

Два вирази, відповідні значення яких рівні при будь-яких значеннях змінних, називають *тотожно рівними*, або *тотожними*.

Наприклад,  $5a + 8a$  і  $13a$  — тотожно рівні вирази, бо при кожному значенні змінної  $a$  ці вирази мають рівні значення (за розподільним законом множення).

Пригадай —  
зіскануй QR-код.



<https://vse.ee/cfyq>

Два тотожно рівні вирази, сполучені знаком рівності, утворюють **тотожність**.

$$\text{Наприклад, } 5a + 8a = 13a, \quad 2(x - 3) = 2x - 6.$$

Тотожністю є кожна рівність, що виражає закони дій:

$$a + b = b + a, \quad a + (b + c) = (a + b) + c, \\ ab = ba, \quad a(bc) = (ab)c, \quad a(b + c) = ab + ac.$$

Тотожностями також прийнято вважати правильні числові рівності. Наприклад,  $3^2 + 4^2 = 5^2$ ,  $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$ .

**Заміну даного виразу іншим, тотожно рівним йому, називають тотожним перетворенням виразу.**

Кожна рівність — це твердження, яке може бути правильним або неправильним. Говорячи «тотожність», розуміють, що вона правильна.

Щоб довести правильність (істинність) числової тотожності, наприклад  $3^2 + 4^2 = 5^2$ , досить обчислити її ліву і праву частини і показати, що вони рівні:

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \text{ — тотожність, бо } 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \text{ і } 5^2 = 25.$$

Щоб довести тотожність, яка містить змінні, як правило, перетворюють одну з її частин (ліву або праву) так, щоб одержати іншу її частину.

**Приклад 1.** Доведи тотожність  $9x - 18 + 3(1 - 2x) = 3x - 15$ .

*Доведення.* Спростимо ліву частину тотожності.

$$9x - 18 + 3(1 - 2x) = \underline{9x} - 18 + 3 - \underline{6x} = \\ = \underline{9x - 6x} - 18 + 3 = \underline{3x - 15}.$$

Ліва частина рівності тотожно дорівнює правій. Отже, тотожність доведено.

Інколи для доведення тотожності доцільно перетворити кожную з її частин.

**Приклад 2.** Доведи тотожність  $a - 3(3 + a) = 4(1 - a) - (13 - 2a)$ .

*Доведення.* Спростимо кожную частину тотожності.

$$a - 3(3 + a) = \underline{a} - 9 - \underline{3a} = \underline{-2a - 9}, \\ 4(1 - a) - (13 - 2a) = 4 - \underline{4a} - 13 + \underline{2a} = \underline{-2a - 9}.$$

Права й ліва частини тотожності дорівнюють одному і тому самому виразу  $-2a - 9$ . Тотожність доведено.

Існують й інші способи доведення тотожностей. З ними ти ознайомишся пізніше.

## ХОЧЕШ ЗНАТИ ЩЕ БІЛЬШЕ?

Кажучи, що якийсь вираз тотожний, обов'язково слід зазначити, якому саме виразу він тотожний. Ідеться про *відношення тотожності* двох виразів (як про відношення перпендикулярності прямих, відношення рівності кутів тощо).

Відношення тотожності виразів має такі *властивості*:

- 1) кожний вираз тотожний самому собі;
- 2) якщо вираз  $A$  тотожний виразу  $B$ , то й вираз  $B$  тотожний виразу  $A$ ;
- 3) якщо вираз  $A$  тотожний виразу  $B$ , а вираз  $B$  тотожний виразу  $C$ , то й вираз  $A$  тотожний виразу  $C$ .

Подібні властивості мають також відношення рівності чисел або фігур, паралельності прямих тощо.

Якщо в тотожності замість змінної скрізь написати один і той самий вираз, дістанемо нову тотожність.

Наприклад, якщо в тотожності  $4(a - 2) + 8 = 4a$  змінну  $a$  замінити на  $z + 3$ , то дістанемо рівність

$$4((z + 3) - 2) + 8 = 4(z + 3 - 2) + 8 = 4(z + 1) + 8 = 4z + 4 + 8 = 4z + 12 = 4(z + 3),$$

яка також є тотожністю.

## ПЕРЕВІР СЕБЕ

1. Які два вирази називають тотожно рівними?
2. Що таке: а) тотожність; б) тотожне перетворення виразу?
3. Чи кожна рівність є тотожністю?

## ВИКОНАЄМО РАЗОМ!

1. Доведи тотожність  $2a + 6 = 6 - 4(a - 5) + 2(3a - 10)$ .

*Доведення.* Спростимо праву частину тотожності:

$$6 - 4(a - 5) + 2(3a - 10) = 6 - 4a + 20 + 6a - 20 = 2a + 6.$$

Права частина рівності тотожно дорівнює лівій, тому ця рівність — тотожність.

2. Чи завжди правильна рівність  $|a^2| = a^2$ ?

*Розв'язання.* Яким би не було значення  $a$ , значення виразу  $a^2$  додатне або дорівнює нулю. Модуль невід'ємного числа дорівнює цьому самому числу. Отже, рівність  $|a^2| = a^2$  правильна для кожного значення  $a$ .

3. Доведи, що рівність  $(x + 3)^2 = x^2 + 9$  не є тотожністю.

*Доведення.* Щоб довести, що рівність є тотожністю, потрібно показати, що вона виконується при будь-яких значеннях змінних, що входять до неї. А щоб довести, що рівність не є



тотожністю, досить вказати одне значення змінної, при якому рівність не виконується, тобто навести контрприклад.

При  $x = 0$  рівність справджується, але при  $x = 1$  маємо:  $(1+3)^2 = 4^2 = 16 \neq 1+9$ . Цього досить, щоб можна було стверджувати, що рівність не є тотожністю.

## ВИКОНАЙ УСНО



35. Чи тотожні вирази:

а)  $2a + a$  і  $3a$ ;

б)  $x + 2x - 3x$  і  $0$ ;

в)  $8c - 3c$  і  $5c$ ;

г)  $ax + ax + ax$  і  $3ax$ ;

г)  $7xy - 2x$  і  $5y$ ;

д)  $-3c + 9$  і  $9 - 3c$ ;

е)  $p^2p$  і  $p^3$ ;

є)  $x + x^2 + x^3 + x^4$  і  $x^5$ ;

ж)  $a - c$  і  $c - a$ ;

з)  $-a^2$  і  $(-a)^2$ ;

и)  $4a + p$  і  $5ap$ ;

і)  $x - 2a$  і  $-2a + x$ ?

36. Який із виразів не тотожний виразу  $2x - y$ ?

А  $-y + 2x$  Б  $4(y - 2x) + 10x - 5y$  В  $y - 2x + 3$  Г  $-(y - 2x)$

37. Якому з виразів тотожно дорівнює вираз  $3(2a + c) - 3c$ ?

А  $6a - 2c$  Б  $6a$  В  $2a - 2c$  Г  $6ac - 3c$

38. Чи є рівність  $(m + 2) - (m - 2) = 0$  тотожністю?

39. Наведи контрприклад, щоб довести, що рівність  $(c - 2)^3 = c^3 - 8$  не є тотожністю.

## ВИКОНАЙ ПИСЬМОВО РІВЕНЬ А



Спрости вираз, замінивши його тотожно рівним виразом (40, 41).

40. а)  $2c + 3c - 5$ ;

б)  $3x - 4x + x$ ;

в)  $12n - 17 - 2n$ ;

г)  $19c - 3c + 8$ ;

г)  $63 - 23p + 32p$ ;

д)  $4x + 65 - 10x$ .

41. а)  $-4 + 3a - 7a$ ;

б)  $9 - 23x + 40x$ ;

в)  $-4 - 12 + 8ac$ .

42. Гра. Перший/перша з гравців/гравчинь записує вираз зі змінною, другий/друга — ще один вираз з цією ж змінною, третій/третя — число і знаки дій між записаними виразами, а четвертий/четверта — спрощує утворений вираз.

Чи є тотожністю рівність (43, 44)?

43. а)  $19x - 4(x + 5) + 20 = 15x$ ;

б)  $7(2 - 3x) + 21 = 14$ ;



в)  $2,5 + 5(a - 1,5) - a = 4a - 5$ ;  
 г)  $-2(x + 5) + 3(x - 7) = x + 11$ .

44. а)  $35 + 7(x - 1) - 28 = 7x$ ;  
 б)  $-3(2y + 1) + 6 = -3$ ;  
 в)  $-13 - 3(5 - 6x) + 6x = 12x - 28$ ;  
 г)  $1,5(5 - 2x) + 5(1,1 + x) = 13 + 2x$ .

45. Доведи тотожність.

а)  $3c - 3(c - 1) = 3$ ;  
 в)  $15x = 9 - 3(3 - 5x)$ ;

б)  $2xy + 2(3 - xy) = 6$ ;  
 г)  $1 - 2x = 5 - 2(x + 2)$ .

46. Prove the identity.

а)  $8x = 6 + 2(4x - 3)$ ;  
 в)  $7 = 12x - (-7 + 12x)$ ;

б)  $5(2x + y) = 10(x + y) - 5y$ ;  
 д)  $3c - 3(1 + c - x) = 3x - 3$ .

47. Проаналізуйте дані на малюнку 2.1.

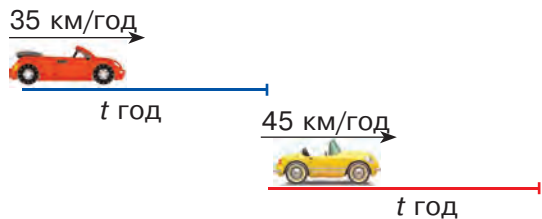
1) Що означає вираз:

а)  $35t$ ; б)  $45t$ ?

2) Запишіть вираз для знаходження:

а) загальної відстані, що проїдуть машини разом;

б) на скільки більше довжина червоного маршруту, ніж синього?



Мал. 2.1

До кожного з виразів запишіть тотожно рівний йому.

48. Для перевезення дітей до оздоровчого табору замовлено 5 автобусів по  $a$  місць у кожному, 3 автобуси по  $b$  місць у кожному та мікроавтобус, у якому 13 місць. Запиши формулу для знаходження тієї кількості дітей ( $N$ ), яких можна перевезти на цих автобусах за один раз.

49. Група туристів повинна спуститися вниз вздовж річки. Для цього туристам було надано  $a$  човнів на 4 особи кожен,  $b$  човнів на 3 особи кожен та  $k$  плотів, які вмщали 15 осіб. Запиши формулу для знаходження тієї кількості ( $M$ ) туристів, яких можна перевезти цими засобами.

50. Група велосипедистів виїхала з міста  $A$  до міста  $B$ , при цьому перші  $p$  год вони їхали зі швидкістю 12 км/год, наступні  $k$  год — зі швидкістю 10 км/год та останню годину зі швидкістю 8 км/год. Запиши формулу для знаходження відстані  $s$  між містами  $A$  та  $B$ .