

І.Я. Клочко

# **ДЕРЖАВНА ПІДСУМКОВА АТЕСТАЦІЯ**

**9 КЛАС**

## **МАТЕМАТИКА**

### **Геометрія**

- Теорія
- Зразки розв'язування типових завдань
- Відеоуроки
- Тематичні тестові завдання
- Тести на повторення



ТЕРНОПІЛЬ  
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН

Посилання на сторінку з відеоуроками:



Метою пропонованого навчального посібника є організація самостійної роботи учнів при підготовці до державної підсумкової атестації (ДПА) з математики за курс основної школи. Посібник містить тематичні тестові завдання з геометрії, які охоплюють увесь курс планіметрії, тобто геометрії 7-го – 9-го класів. Тести укладені у двох рівноцінних варіантах по 30 завдань у кожному варіанті. До всіх завдань тестів є відповіді. Усі тестові завдання відповідають чинній програмі з геометрії за курс базової школи та вимогам щодо написання роботи ДПА з математики. Структура кожної із тем є аналогічною структурі тестів, пропонованих на зовнішньому незалежному оцінюванні (ЗНО) знань випускників загальноосвітніх навчальних закладів. Тому посібник можна використовувати при підготовці до ЗНО. До кожного тематичного тесту посібника додаються теоретичні відомості, в яких роз'яснена теорія тієї чи іншої теми та запропоновано розв'язання типових задач. Також до кожної із тем пропонуються відеоуроки, які можна переглянути за відповідним посиланням у вигляді QR-кодів.

Для вчителів та учнів загальноосвітніх шкіл та профільних класів природничого та фізико-математичного спрямування.

**ББК 22.1я72**

*Охороняється законом про авторське право.  
Жодна частина цього видання не може бути відтворена  
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва.*

# Передмова

*Наступний, весело освітлений день —  
плід учорашнього.*

**Григорій Сковорода**

Метою пропонованого навчального посібника є організація самостійної роботи учнів при підготовці до державної підсумкової атестації (ДПА) за курс геометрії основної школи. Посібник містить тести з усіх основних тем геометрії 7-го – 9-го класів — усього 22 теми. На початку кожного тематичного тесту викладена теорія теми – означення, теореми, опорні задачі, а також подано розв’язання основних типів задач, що створює практичну базу для самостійного розв’язування завдань тесту. До кожної із тем пропонуються відеоуроки, які можна переглянути за відповідним посиланням у вигляді QR- кодів. Тести укладено по темах, що сприяє успішному засвоєнню учнями матеріалу. Структура кожного тематичного тесту є аналогічною структурі тестів, що пропонуються на зовнішньому незалежному оцінюванні (ЗНО). Кожний тест з тієї чи іншої теми укладено у двох рівноцінних варіантах, а тестові завдання підібрано за трьома рівнями складності. Завдання з першого по двадцяте передбачають вибір правильної відповіді з п’яти запропонованих. Серед наведених відповідей є лише одна правильна відповідь. Далі пропонуються два завдання (21, 22) на встановлення відповідностей, у яких до кожного із чотирьох або трьох завдань потрібно підібрати логічну пару з п’яти запропонованих. Завдання з 23-го по 30-е подані без відповідей, тому потрібно розв’язати кожна із запропонованих задач і вписати отриману відповідь. Завдання з 28\* по 30\* помічені зірочкою, тобто це завдання поглибленого рівня.

Посібник містить сім тестів на повторення, які складаються з 12 завдань і підсумовують вивчення теоретичних питань кількох споріднених тем. Посібник містить також п’ять тестів на повторення планіметрії, які подано наприкінці посібника. Тести на повторення містять по 30 задач, які пропонувалися у сертифікаційних тестових зошитах ЗНО з 2004 по 2017 рр., тобто подано 150 тестових задач за курс геометрії 7-го – 9-го класів, а це майже всі задачі ЗНО з планіметрії.

Наприкінці посібника подано відповіді до всіх тестових завдань або вказівки щодо їхнього розв’язання. Цей посібник є частиною комплексної програми підготовки дев’ятикласників до написання роботи ДПА з математики. Навчальні теми наведені нижче.

Усі тестові завдання відповідають чинній програмі з математики для загальноосвітніх навчальних закладів та вимогам щодо знань дев’ятикласників геометрії за курс основної школи.

# Навчальні теми та послідовність їх вивчення

## Геометрія

### Планіметрія

#### I семестр (I частина посібника)

- Тема 1.** Найпростіші геометричні фігури.
  - Тема 2.** Взаємне розміщення трьох прямих на площині.
  - Тема 3.** Трикутники. Ознаки рівності трикутників. Рівнобедрений трикутник. Сума кутів трикутника. Нерівність трикутника.
  - Тема 4.** Зовнішній кут трикутника. Прямокутний трикутник.
  - Тема 5.** Коло та його елементи. Коло, вписане у трикутник, і коло, описане навколо трикутника. Геометричне місце точок.
  - Тема 6.** Багатокутники. Чотирикутники. Паралелограм.
  - Тема 7.** Прямокутник, квадрат, ромб.
  - Тема 8.** Середня лінія трикутника. Трапеція. Середня лінія трапеції.
  - Тема 9.** Центральні та вписані кути.
  - Тема 10.** Вписані та описані чотирикутники.
  - Тема 11.** Теорема Фалеса. Теорема про пропорційні відрізки. Теорема про медіани трикутника. Теорема про бісектрису трикутника.
  - Тема 12.** Подібність трикутників.
  - Тема 13.** Подібність і коло. Застосування подібності.
  - Тема 14.** Метричні співвідношення у прямокутному трикутнику. Теорема Піфагора.
  - Тема 15.** Співвідношення між кутами та сторонами прямокутного трикутника.
  - Тема 16.** Теорема косинусів. Теорема синусів.
  - Тема 17.** Площа паралелограма (квадрата, прямокутника, ромба).
  - Тема 18.** Площа трикутника.
  - Тема 19.** Площа трапеції.
  - Тема 20.** Описані та вписані правильні багатокутники. Довжина кола. Площа круга. Площа сектора. Площа сегмента.
  - Тема 21.** Декартові координати на площині.
  - Тема 22.** Вектори.
- Тести на повторення.**

# Тема 1. Найпростіші геометричні фігури



## Теоретичні відомості

### 1. Основні геометричні означення

До основних геометричних фігур належать: точка, пряма та площина.

1) Точка не визначається, а описується. Точки позначаються великими латинськими літерами, наприклад,  $A, B, C$ .

2) Пряма не визначається, а описується. Прямі позначаються однією малою літерою або двома великими латинськими літерами, наприклад,  $a, b, AB, CD$  (рис. 1).

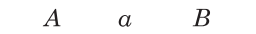


Рис. 1

3) Площина не визначається, а описується. Прикладами частин площин є поверхня стола, дошки, дзеркало, поверхня водоймища в безвітряну погоду.

Із точок, прямих та частин площин складаються всі інші геометричні фігури.

4) Відрізок — частина прямої, обмежена двома точками (рис. 2). Точки  $A$  і  $B$  — кінці відрізка.



Рис. 2

5) Промінь — частина прямої, обмежена однією точкою (рис. 3). Ця точка називається початком променя. Промінь  $AB$  називають ще півпрямую.



Рис. 3

6) Доповняльні промені — промені, що мають спільний початок і доповнюють один одного до прямої (рис. 4).



Рис. 4

Наприклад,  $AB$  і  $AC$  — доповняльні промені.

7) Кут — це частина площини, обмежена двома променями, які мають спільний початок (рис. 5).

Кути позначають:

- трьома великими літерами латинського алфавіту, середня з яких — вершина кута, наприклад,  $\angle ABC$ ;
- лише однією літерою латинського алфавіту, наприклад,  $\angle A, \angle B$ ;
- однією малою літерою грецького алфавіту, наприклад,  $\alpha, \beta, \gamma$ ;
- цифрами, наприклад,  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ .

Є й інші позначення кутів, які використовуються рідше.

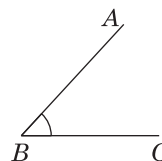


Рис. 5

8) Градус — це одиниця вимірювання кутів,  $1^\circ = \frac{1}{180}$  розгорнутого кута.

9) Види кутів:

- гострий кут ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ );
- прямий кут ( $\alpha = 90^\circ$ );
- тупий кут ( $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ );
- розгорнутий кут ( $\alpha = 180^\circ$ ) — кут, обидві сторони якого лежать на одній прямій.

10) Суміжні кути — кути, які мають спільну сторону, а дві інші сторони утворюють одну пряму (рис. 6).

На рис. 6 кути  $ABC$  і  $CBD$  — суміжні.

11) Вертикальні кути — кути, сторони одного з яких є продовженням сторін іншого (рис. 7).

На рис. 7 пари вертикальних кутів:  $\angle 1$  і  $\angle 3$ ,  $\angle 2$  і  $\angle 4$ .

12) Бісектриса — промінь, який ділить даний кут на два рівних кути.

13) Паралельні прямі — прямі, які лежать в одній площині і не мають спільних точок (не перетинаються). Записують  $a \parallel b$  — пряма  $a$  паралельна прямій  $b$ .

14) Перпендикулярні прямі — прямі, при перетині яких утворюється прямиий кут (рис. 8).

Записують  $a \perp b$  — пряма  $a$  перпендикулярна до прямої  $b$ .

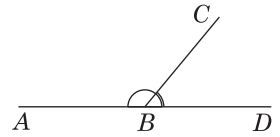


Рис. 6

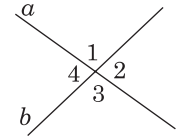


Рис. 7

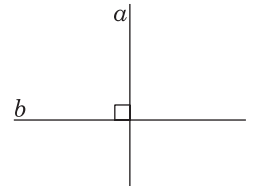


Рис. 8

## 2. Аксиоми планіметрії

Аксиома — твердження, яке приймається без доведення. В геометрії на площині існує дев'ять аксіом.

**I.** Яка б не була пряма, існують точки, що належать цій прямій, і точки, які їй не належать.

Через будь-які дві точки можна провести пряму і тільки одну.

**II.** Із трьох точок на прямій одна лежить між двома іншими.

**III.** Кожний відрізок має певну величину, більшу за 0. Довжина відрізка дорівнює сумі довжин частин, на які він поділяється будь-якою його точкою.

**IV.** Пряма розбиває площину на дві півплощини.

**V.** Кожний кут має певну градусну міру, більшу за 0. Градусна міра кута дорівнює сумі градусних мір кутів, на які він розбивається будь-яким променем, що проходить між його сторонами.

**VI.** На будь-якій півпрямій від її початкової точки можна відкласти відрізок із даною довжиною і тільки один.

**VII.** Від будь-якої півпрямої у дану півплощину можна відкласти кут із заданою градусною мірою, меншою від  $180^\circ$ , і тільки один.

**VIII.** Який би не був трикутник, існує трикутник, що дорівнює йому в заданому розміщенні відносно даної півпрямої.

**IX.** Через точку, що не лежить на даній прямій, можна провести на площині не більше як одну пряму, паралельну даній.

### 3. Теорема про суміжні та вертикальні кути

Твердження, істинність якого встановлюється шляхом доведення, називають *теоремою*.

Одними з перших теорем геометрії є теореми про суміжні та вертикальні кути, які довів Фалес Мілетський.

**Теорема.** Сума суміжних кутів становить  $180^\circ$ .

*Доведення.* Оскільки промені  $OA$  і  $OB$  утворюють розгорнутий кут (рис. 9), то  $\angle AOC + \angle COB = 180^\circ$ , що і треба було довести.

На рисунку 9 кути  $AOC$  і  $DOB$  та кути  $AOD$  і  $COB$  — пари вертикальних кутів.

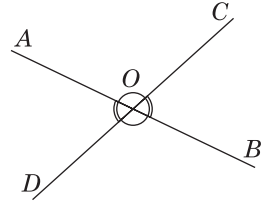


Рис. 9

**Теорема.** Вертикальні кути рівні.

*Доведення.* Використаємо рисунок 9.

$\angle AOC + \angle COB = 180^\circ$ , як суміжні.

Аналогічно,  $\angle DOB + \angle COB = 180^\circ$ . Тоді  $\angle AOC + \angle COB = \angle DOB + \angle COB$ , звідси  $\angle AOC = \angle DOB$ , що і треба було довести.

### 4. Приклади розв'язання задач

Задачі 1 – 4 є опорними, тобто задачами-теоремами.

**1. Опорна задача.** Доведіть, що якщо даний відрізок поділити на які завгодно дві частини, то відстань між серединами цих частин дорівнює половині відрізка.

*Доведення.* Виконаємо побудову (рис. 10).

Нехай відрізок  $AB$  поділений точкою  $C$  на дві частини так, що  $AB = AC + CB$ .

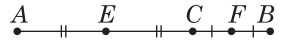


Рис. 10

Точка  $E$  — середина відрізка  $AC$ , точка  $F$  — середина відрізка  $CB$ .

За аксіомою III  $EF = EC + CF$ . Оскільки  $EC = \frac{1}{2} AC$ ,  $CF = \frac{1}{2} CB$ , то  $EF = \frac{1}{2} AC + \frac{1}{2} CB = \frac{1}{2} (AC + CB) = \frac{1}{2} AB$ . Таким чином,  $EF = \frac{1}{2} AB$ , що й потрібно було довести.

**2. Опорна задача.** Доведіть, що бісектриси двох суміжних кутів взаємно перпендикулярні.

*Доведення.* Виконаємо побудову (рис. 11).

На рис. 11 кути  $AOC$  і  $AOB$  — суміжні,  $ON$  і  $OM$  — їхні бісектриси. Тоді  $\angle AOC = 2\angle AON$ ,  $\angle AOB = 2\angle AOM$ , за означенням бісектриси кута.

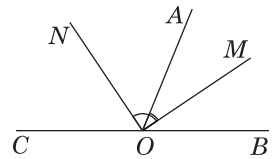


Рис. 11

Нехай  $\angle AON = \alpha$ ,  $\angle AOM = \beta$ , тоді  $\angle AOC = 2\alpha$ ,  $\angle AOB = 2\beta$ .

Оскільки  $\angle AOC + \angle AOB = \angle BOC = 180^\circ$ , то  $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ , або  $\alpha + \beta = 90^\circ$ .

Звідси  $\angle MON = \angle AOM + \angle AON = \alpha + \beta = 90^\circ$ , що й потрібно було довести.

**3. Опорна задача.** Доведіть, що пряма, проведена через вершину кута перпендикулярно до його бісектриси, є бісектрисою кута, суміжного з даним.

*Доведення.* Виконаємо побудову (рис. 12).

Нехай  $OM$  — бісектриса кута  $AOB$ ,  $CO \perp OM$ . Тоді  $\angle AOM = \angle MOB = \alpha$ .

Нехай  $\angle COA = x$ ,  $\angle COD = y$ . Тоді  $y + x + 2\alpha = 180^\circ$  (1).

За умовою,  $x + \alpha = 90^\circ$ , звідси  $\alpha = 90^\circ - x$  (2).

Рівність (2) підставимо в (1):  $y + x + 2(90^\circ - x) = 180^\circ$ , звідси  $y - x = 0$ . Тоді  $y = x$ .

Отже,  $CO$  — бісектриса кута  $DOA$ , що й потрібно було довести.

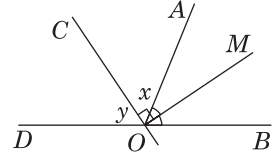


Рис. 12

**4. Опорна задача.** Доведіть, що бісектриси вертикальних кутів належать одній прямій.

*Доведення.* Виконаємо побудову (рис. 13).

Нехай прямі  $AC$  і  $BD$  перетинаються в точці  $O$ .  $OM$  — бісектриса кута  $AOB$ ,  $ON$  — бісектриса кута  $DOC$ . Доведемо, що точки  $M, N, O$  належать одній прямій, або  $\angle MON = 180^\circ$ .

Уведемо позначення:  $\angle MOB = \alpha$ ,  $\angle BOC = \beta$ .

Оскільки  $AC$  — пряма, то  $\angle AOM + \angle MOC = 180^\circ$ , або  $2\alpha + \beta = 180^\circ$ .

$\angle AOD = \angle BOC$ , як вертикальні, тоді  $\angle MON = \angle AOM + \angle AOD + \angle DON = \alpha + \beta + \alpha = 2\alpha + \beta = 180^\circ$ . Отже,  $MN$  — пряма, що і треба було довести.

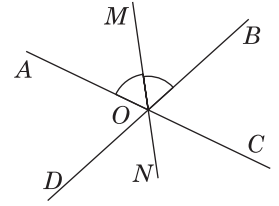


Рис. 13

**5.** Різниця двох кутів, що утворилися при перетині двох прямих, дорівнює  $24^\circ$ . Знайдіть усі кути.

*Розв'язання.* Якщо різниця двох кутів, що утворилися при перетині двох прямих, не дорівнює 0, то ці кути — суміжні. Позначимо шукані кути  $\alpha$  і  $\beta$ . Тоді  $\alpha - \beta = 24^\circ$  і  $\alpha + \beta = 180^\circ$ , оскільки кути  $\alpha$  і  $\beta$  — суміжні. Додамо отримані рівності:  $2\alpha = 204^\circ$ , звідси  $\alpha = 102^\circ$ . Тоді  $\beta = 180^\circ - 102^\circ = 78^\circ$ .

*Відповідь.*  $78^\circ, 102^\circ$ .

**6.** Різниця двох суміжних кутів відноситься до одного з них, як  $5 : 2$ . Знайдіть ці суміжні кути.

*Розв'язання.* Нехай суміжні кути  $\alpha$  і  $\beta$ . Тоді  $\alpha + \beta = 180^\circ$  ( $\alpha > \beta$ ), за теоремою про суму суміжних кутів.

За умовою,  $\frac{\alpha - \beta}{\beta} = \frac{5}{2}$ , звідси  $2\alpha - 2\beta = 5\beta$ ,  $2\alpha = 7\beta$ ,  $\alpha = 3,5\beta$ .

Підставимо знайдену рівність у суму  $\alpha + \beta = 180^\circ$ ,  $3,5\beta + \beta = 180^\circ$ ,  $4,5\beta = 180^\circ$ ,  $\beta = 40^\circ$ . Тоді  $\alpha = 140^\circ$ .

*Відповідь.*  $40^\circ, 140^\circ$ .



## Тестові завдання

## Варіант 1

1. Яку найбільшу кількість прямих можна провести через три точки, що не лежать на одній прямій?

| А    | Б   | В   | Г      | Д              |
|------|-----|-----|--------|----------------|
| одну | дві | три | чотири | інша відповідь |

2. Точки  $A$ ,  $B$  і  $C$  лежать на одній прямій (рис. 1). Яке з наступних тверджень правильне?



Рис. 1

| А                | Б                | В                      | Г                | Д                          |
|------------------|------------------|------------------------|------------------|----------------------------|
| $AC + BC < < AB$ | $AB + BC > > AC$ | $AB + BC \neq \neq AC$ | $AB = = AC - BC$ | усі твердження неправильні |

3. Точка  $K$  належить відрізку  $AC$ . Знайдіть  $AC$ , якщо  $AK = 9$  см, а відрізок  $KC$  удвічі більший за відрізок  $AK$ .

| А    | Б     | В     | Г     | Д     |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 9 см | 12 см | 18 см | 27 см | 32 см |

4. Скільки точок не належить прямим  $a$  або  $b$  (рис. 2)?

| А    | Б   | В   | Г      | Д     |
|------|-----|-----|--------|-------|
| одна | дві | три | чотири | п'ять |

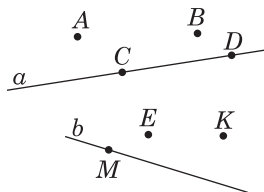


Рис. 2

5. Величина кута  $ABC$  дорівнює  $120^\circ$ . Промінь  $BD$  поділяє його на два кути, один із яких утричі менший від іншого. Обчисліть більший із цих двох кутів.

| А          | Б          | В          | Г          | Д          |
|------------|------------|------------|------------|------------|
| $40^\circ$ | $60^\circ$ | $70^\circ$ | $80^\circ$ | $90^\circ$ |

6. Знайдіть кут між стрілками годинника, якщо вони показують шістнадцяту годину.

| А          | Б           | В           | Г           | Д              |
|------------|-------------|-------------|-------------|----------------|
| $90^\circ$ | $100^\circ$ | $120^\circ$ | $130^\circ$ | інша відповідь |

7. Промінь  $OE$  поділяє кут  $AOB$  на два кути. Знайдіть  $\angle AOE$ , якщо  $\angle AOB = 126^\circ$ , а  $\angle EOB$  на  $38^\circ$  більший за  $\angle AOE$ .

| А          | Б          | В          | Г          | Д              |
|------------|------------|------------|------------|----------------|
| $88^\circ$ | $82^\circ$ | $44^\circ$ | $36^\circ$ | інша відповідь |

8. Промінь  $OS$  поділяє розгорнутий кут  $AOB$  на два кути. Знайдіть  $\angle BOS$ , якщо  $\angle AOS : \angle BOS = 4 : 5$ .

| А          | Б           | В           | Г           | Д              |
|------------|-------------|-------------|-------------|----------------|
| $80^\circ$ | $100^\circ$ | $120^\circ$ | $125^\circ$ | інша відповідь |

9. Один із суміжних кутів у 8 разів менший від другого. Знайдіть більший кут.

| А          | Б          | В           | Г           | Д           |
|------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| $20^\circ$ | $60^\circ$ | $100^\circ$ | $120^\circ$ | $160^\circ$ |

10. Яке з наведених тверджень є неправильним?

А Два промені є доповняльними, якщо вони лежать на одній прямій і мають спільний початок.

Б Із двох суміжних кутів один завжди гострий, а другий — тупий.

В Вертикальні кути мають спільну вершину.

Г Будь-який промінь, що проходить між сторонами прямого кута, поділяє його на два гострі кути.

Д Бісектриса кута — промінь, який поділяє кут навпіл.

11. Прямі  $a$  і  $b$  перетинаються так, що  $\angle 1 + \angle 3 = 148^\circ$ . Знайдіть  $\angle 2$  (рис. 3).

| А           | Б          | В          | Г          | Д           |
|-------------|------------|------------|------------|-------------|
| $106^\circ$ | $74^\circ$ | $76^\circ$ | $84^\circ$ | $112^\circ$ |

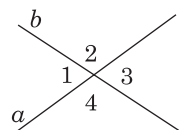


Рис. 3

12. Знайдіть  $\angle BOC$ , якщо  $\angle COE = \angle EOD = 35^\circ$  (рис. 4).

| А          | Б          | В          | Г           | Д           |
|------------|------------|------------|-------------|-------------|
| $35^\circ$ | $70^\circ$ | $90^\circ$ | $110^\circ$ | $120^\circ$ |

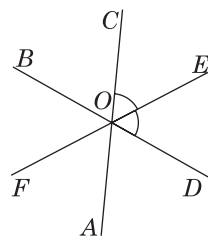


Рис. 4

13. По один бік від точки  $A$  на прямій відкладено відрізок  $AB = 2,4$  см та відрізок  $BC = 6,8$  см. Яка відстань між їхніми серединами?

| А      | Б      | В      | Г    | Д              |
|--------|--------|--------|------|----------------|
| 4,5 см | 4,6 см | 4,7 см | 9 см | інша відповідь |

14. Точки  $A, B, C$  лежать на одній прямій. Довжина відрізка  $BC$  удвічі менша від довжини відрізка  $AB$ , а довжина відрізка  $AB$  більша за довжину відрізка  $AC$  на 4,8 см. Знайдіть довжину відрізка  $BC$ .

| А      | Б      | В      | Г      | Д      |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| 2,4 см | 3,2 см | 4,8 см | 9,6 см | 6,4 см |

15. Відрізок, довжина якого дорівнює  $b$ , ділиться довільною точкою на два відрізки. Яка відстань між серединами цих відрізків?

| А   | Б              | В              | Г              | Д              |
|-----|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $b$ | $\frac{1}{3}b$ | $\frac{1}{2}b$ | $\frac{1}{4}b$ | інша відповідь |

16. Від прямої  $PK$  у нижню півплощину відкладено  $\angle KPO = 120^\circ$ , а у верхню півплощину —  $\angle KPN = 40^\circ$ . Знайдіть кут між бісектрисами цих кутів.

| А           | Б           | В          | Г          | Д          |
|-------------|-------------|------------|------------|------------|
| $100^\circ$ | $160^\circ$ | $90^\circ$ | $80^\circ$ | $70^\circ$ |

17. Точки  $A, B, C, D$  розміщені на одній прямій у зазначеному порядку. Якщо  $AB > CD$ , то котре з тверджень I), II), III) має обов'язково виконуватись?  
I)  $AB > BC$ ; II)  $AC > BD$ ; III)  $AC > CD$ .

| А      | Б       | В        | Г         | Д       |
|--------|---------|----------|-----------|---------|
| лише I | лише II | лише III | II та III | I та II |

18. Прямі  $a$  і  $b$  перетинаються так, що  $\angle 2 - \angle 3 = 64^\circ$  (рис. 5). Знайдіть  $\angle 4$ .

| А           | Б           | В          | Г          | Д              |
|-------------|-------------|------------|------------|----------------|
| $110^\circ$ | $122^\circ$ | $64^\circ$ | $98^\circ$ | інша відповідь |

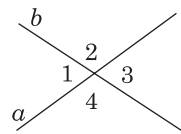


Рис. 5

19. Знайдіть  $\angle FOE$ , якщо  $\angle AOB = 45^\circ$ ,  $\angle COD = 25^\circ$  (рис. 6).

| А           | Б           | В           | Г          | Д              |
|-------------|-------------|-------------|------------|----------------|
| $110^\circ$ | $105^\circ$ | $112^\circ$ | $70^\circ$ | інша відповідь |

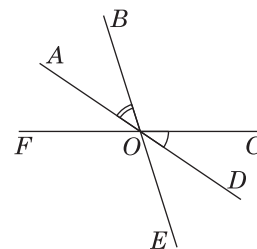


Рис. 6

20. Промінь  $OC$  — бісектриса кута  $AOB$ . Знайдіть кут  $AOB$ , якщо кут між бісектрисами кутів  $AOC$  і  $COB$  дорівнює  $80^\circ$ .

| А           | Б           | В           | Г           | Д           |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $100^\circ$ | $110^\circ$ | $120^\circ$ | $150^\circ$ | $160^\circ$ |

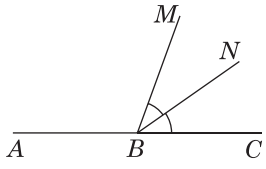
21. Установіть відповідність між початком речення (1 – 4) та його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

- 1 Кут між бісектрисами двох суміжних кутів дорівнює ...
- 2 Якщо із вершини розгорнутого кута в одну півплощину проведено чотири промені, які поділяють його на п'ять рівних кутів, то кут між бісектрисами крайніх кутів дорівнює ...
- 3 Кут між бісектрисами двох вертикальних кутів дорівнює ...
- 4 Якщо суміжні кути відносяться, як 5:13, то більший кут дорівнює ...

- |   |        |  |
|---|--------|--|
|   | А 180° | А Б В Г Д  |
| 1 | Б 130° | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 2 | В 45°  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 3 | Г 90°  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 4 | Д 144° | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |

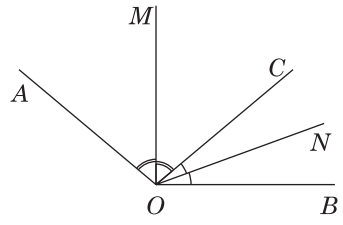
22. Установіть відповідність між кутами (1 – 3), утвореними прямими, що перетинаються, і значеннями цих кутів (А – Д).

- 1  $BN$  – бісектриса кута  $MBC$ ,  $\angle ABM : \angle NBC = 5 : 2$ ,  $\angle MBC = ?$

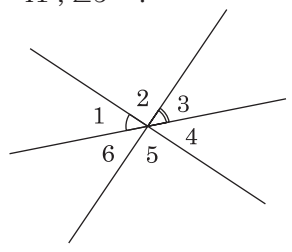


- |   |        |  |
|---|--------|--|
|   | А 84°  | А Б В Г Д  |
| 1 | Б 80°  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 2 | В 100° | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
| 3 | Г 70°  | <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |
|   | Д 96°  |  |

- 2  $\angle AOB = 140^\circ$ ,  $OM$  і  $ON$  – бісектриси кутів  $AOC$  і  $COB$ ,  $\angle MON = ?$



- 3  $\angle 1 = 55^\circ$ ,  $\angle 3 = 41^\circ$ ,  $\angle 5 = ?$



23. Із вершини кута  $AOB$  проведено промені  $OC$  і  $OD$  так, що кут  $AOC$  дорівнює  $30^\circ$ , кут  $COB$  –  $100^\circ$ , а кут  $DOB$  –  $45^\circ$ . Знайдіть кут  $AOD$ .

Відповідь. \_\_\_\_\_

**24.** На прямій позначено точки  $A$ ,  $B$  і  $C$  так, що  $AB = 16$  см,  $AC = 7$  см. Знайдіть відстань між серединами відрізків  $AB$  і  $AC$ . Розгляньте усі можливі варіанти розташування точок  $A$ ,  $B$  і  $C$ .

**Відповідь.** \_\_\_\_\_

**25.** Різниця двох кутів, що утворилися при перетині двох прямих, дорівнює  $24^\circ$ . Знайдіть усі кути.

**Відповідь.** \_\_\_\_\_

**26.** Знайдіть менший із кутів між двома прямими, які перетинаються, якщо сума двох кутів, що утворилися, на  $80^\circ$  менша від суми двох інших кутів.

**Відповідь.** \_\_\_\_\_

**27.** Відомо:  $\angle 1 = \angle 2$ . Доведіть, що  $\angle BAC + \angle ACD = 180^\circ$  (рис. 7).

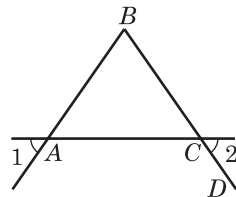


Рис. 7

**28\*.** Якщо даний відрізок поділити на дві довільні частини, то відстань між серединами цих частин дорівнює половині відрізка. Доведіть.

**29\*.** Поділіть кільце (рис. 8) двома прямими лініями на п'ять частин.

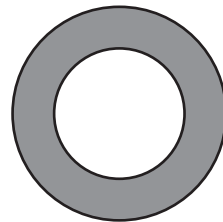


Рис. 8

**30\*.** Різниця двох суміжних кутів відноситься до одного з них, як  $5 : 2$ . Знайдіть ці суміжні кути.

**Відповідь.** \_\_\_\_\_

## Варіант 2

1. Скільки точок належить прямим
- $a$
- і
- $b$
- (рис. 1)?

| А    | Б   | В   | Г      | Д     |
|------|-----|-----|--------|-------|
| одна | дві | три | чотири | п'ять |

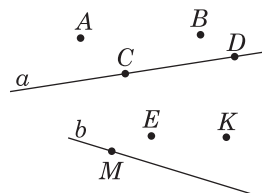


Рис. 1

2. Точки
- $A$
- ,
- $B$
- і
- $C$
- лежать на одній прямій (рис. 2). Яке з тверджень А – Д неправильне?



Рис. 2

| А              | Б              | В              | Г              | Д                        |
|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------------|
| $AB + BC = AC$ | $BC + AC > AB$ | $AB = AC - BC$ | $BC = AB - AC$ | усі твердження правильні |

3. Знайдіть кут між стрілками годинника, якщо вони показують сімнадцяту годину.

| А           | Б           | В           | Г           | Д              |
|-------------|-------------|-------------|-------------|----------------|
| $100^\circ$ | $120^\circ$ | $130^\circ$ | $150^\circ$ | інша відповідь |

4. Точка
- $B$
- належить відрізку
- $AC$
- . Знайдіть
- $AC$
- , якщо
- $BC = 8$
- см, а відрізок
- $AB$
- на 5 см менший від відрізка
- $BC$
- .

| А    | Б    | В    | Г     | Д     |
|------|------|------|-------|-------|
| 3 см | 5 см | 9 см | 11 см | 13 см |

5. Промінь
- $OE$
- розбиває кут
- $AOB$
- на два кути. Знайдіть кут
- $AOB$
- , якщо
- $\angle AOE = 80^\circ$
- , а кут
- $EOB$
- на
- $28^\circ$
- менший від кута
- $AOE$
- .

| А          | Б          | В          | Г           | Д           |
|------------|------------|------------|-------------|-------------|
| $48^\circ$ | $52^\circ$ | $96^\circ$ | $123^\circ$ | $132^\circ$ |

6. Промінь
- $OS$
- поділяє кут
- $AOB$
- на два кути. Знайдіть
- $\angle BOS$
- , якщо
- $\angle AOB = 150^\circ$
- , а
- $\angle AOS : \angle BOS = 3 : 2$
- .

| А          | Б          | В          | Г          | Д              |
|------------|------------|------------|------------|----------------|
| $90^\circ$ | $60^\circ$ | $30^\circ$ | $50^\circ$ | інша відповідь |

7. Один із суміжних кутів у 9 разів більший за другий. Знайдіть більший кут.

| А    | Б    | В    | Г    | Д    |
|------|------|------|------|------|
| 110° | 120° | 152° | 162° | 172° |

8. Яке з наведених тверджень є правильним?

А Два промені є доповняльними, якщо вони належать одній прямій.

Б Із двох суміжних кутів один завжди гострий, а другий – тупий.

В Вертикальні кути мають спільну вершину.

Г Якщо кути рівні, то вони вертикальні.

Д Усі твердження неправильні.

9. Прямі  $a$  і  $b$  перетинаються так, що  $\angle 2 + \angle 4 = 136^\circ$  (рис. 3). Знайдіть  $\angle 1$ .

| А    | Б   | В   | Г   | Д    |
|------|-----|-----|-----|------|
| 112° | 86° | 68° | 74° | 121° |

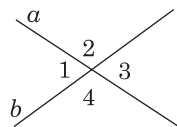


Рис. 3

10. Знайдіть  $\angle AOD$ , якщо  $\angle BOF = \angle FOA = 57^\circ$  (рис. 4).

| А    | Б   | В    | Г   | Д   |
|------|-----|------|-----|-----|
| 114° | 66° | 123° | 57° | 90° |

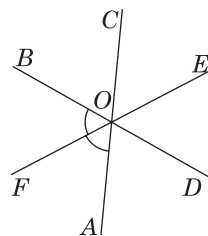


Рис. 4

11. По різні боки від точки  $A$  на прямій відкладено відрізок  $AB = 3,6$  см та відрізок  $AC = 4,8$  см. Яка відстань між їхніми серединами?

| А      | Б      | В      | Г      | Д              |
|--------|--------|--------|--------|----------------|
| 2,4 см | 4,2 см | 7,8 см | 8,4 см | інша відповідь |

12. Прямий кут поділено на три рівні кути двома променями, початок яких збігається з вершиною кута. Чому дорівнює кут між бісектрисами крайніх кутів?

| А   | Б   | В   | Г   | Д              |
|-----|-----|-----|-----|----------------|
| 60° | 45° | 75° | 30° | інша відповідь |

13. Від променя  $MK$  в одній півплощині відкладено кути:  $\angle KMP = 45^\circ$ ,  $\angle KMA = 90^\circ$ ,  $\angle KMB = 80^\circ$ . Який кут утворюють бісектриси кутів  $KMA$  і  $KMB$ ?

| А   | Б  | В   | Г   | Д   |
|-----|----|-----|-----|-----|
| 10° | 5° | 15° | 45° | 20° |

14. Прямі  $a$  і  $b$  перетинаються так, що  $\angle 4 - \angle 3 = 34^\circ$  (рис. 5). Знайдіть  $\angle 2$ .

| А           | Б           | В           | Г           | Д          |
|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|
| $103^\circ$ | $105^\circ$ | $106^\circ$ | $107^\circ$ | $34^\circ$ |

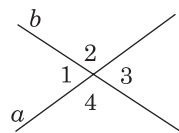


Рис. 5

15. Точка  $B$  належить відрізку  $AC$ , точка  $C$  належить відрізку  $BD$ ,  $AD = 60$  см,  $AB : BC : CD = 4 : 5 : 3$ . Знайдіть довжину відрізку  $BC$ .

| А     | Б     | В     | Г     | Д     |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 20 см | 25 см | 26 см | 30 см | 32 см |

16. На промені  $AM$  відкладено відрізки:  $AB = 20$  мм,  $AC = 5$  см,  $AD = 90$  мм. Чому дорівнює відстань між серединами відрізків  $AB$  і  $CD$ ?

| А    | Б    | В    | Г    | Д              |
|------|------|------|------|----------------|
| 4 см | 5 см | 6 см | 8 см | інша відповідь |

17. Кут  $ABC$  розгорнутий,  $\angle NBC = 35^\circ$ , промінь  $BN$  — бісектриса кута  $MBC$  (рис. 6). Обчисліть кут  $ABM$ .

| А          | Б           | В           | Г           | Д          |
|------------|-------------|-------------|-------------|------------|
| $70^\circ$ | $145^\circ$ | $135^\circ$ | $110^\circ$ | $80^\circ$ |

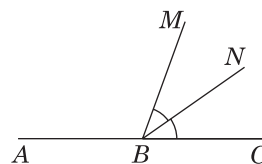


Рис. 6

18. Сума двох кутів, що утворилися при перетині двох прямих, дорівнює  $110^\circ$ . Знайдіть величину найбільшого з кутів.

| А          | Б           | В           | Г           | Д           |
|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $55^\circ$ | $110^\circ$ | $120^\circ$ | $125^\circ$ | $135^\circ$ |

19. Один із суміжних кутів удвічі більший за різницю між ними. Знайдіть менший із цих кутів.

| А          | Б          | В          | Г          | Д              |
|------------|------------|------------|------------|----------------|
| $50^\circ$ | $60^\circ$ | $70^\circ$ | $80^\circ$ | інша відповідь |

20. Знайдіть  $\angle BOC$ , якщо  $\angle AOF = 26^\circ$ ,  $\angle EOD = 58^\circ$  (рис. 7).

| А          | Б          | В          | Г          | Д          |
|------------|------------|------------|------------|------------|
| $84^\circ$ | $86^\circ$ | $92^\circ$ | $94^\circ$ | $96^\circ$ |

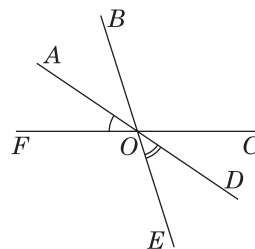


Рис. 7






**21.** Установіть відповідність між початком речення (1 – 4) та його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

- 1 Якщо при перетині двох прямих суміжні кути відносяться, як  $22 : 23$ , то більший із кутів дорівнює ...  
 2 Якщо промінь  $OS$  поділяє розгорнутий кут  $AOB$  на два кути так, що  $\angle AOS : \angle BOS = 4 : 5$ , то  $\angle BOS = \dots$   
 3 Якщо від прямої  $AB$  у нижню півплощину відкладено  $\angle BAC = 70^\circ$ , а у верхню півплощину —  $\angle BAO = 80^\circ$ , то кут між бісектрисами цих кутів дорівнює ...  
 4 Якщо промінь  $OB$  проходить між сторонами кута  $AOC$ , величина якого  $120^\circ$ , так, що  $\angle BOC$  у 4 рази менший від  $\angle AOB$ , то  $\angle AOB = \dots$

- |   |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|   | А                        | 100°                     | А                        | Б                        | В                        | Г                        | Д                        |
| 1 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- Б 75°  
 В 96°  
 Г 94°  
 Д 92°

**22.** Установіть відповідність між відрізками (1 – 3) та їхніми довжинами (А – Д).

- 1  $CB = 9$  см,  $AB : AC = 7 : 4$ ,  $AB = ?$   
  
 2  $AC = CB$ ,  $AD = DC$ ,  $AC = 22$  см,  $BD = ?$   
  
 3  $AM = MC$ ,  $CN = NB$ ,  $MN = 12$  см,  $AB = ?$   


- |   |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|   | А                        | 12 см                    | А                        | Б                        | В                        | Г                        | Д                        |
| 1 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- Б 48 см  
 В 33 см  
 Г 24 см  
 Д 21 см

**23.** Трьома променями, що мають спільний початок, розгорнутий кут поділено на чотири кути, один з яких менший від інших відповідно у 2, 3, 4 рази. Знайдіть величини цих кутів.

Відповідь. \_\_\_\_\_

**24.** Величина кута  $AOB$  дорівнює  $110^\circ$ . Із вершини цього кута проведено промені  $OC$  і  $OD$  так, що  $\angle AOD = 85^\circ$ ,  $\angle BOC = 60^\circ$ . Обчисліть кут  $COD$ .

Відповідь. \_\_\_\_\_

**25.** На рисунку 8  $\angle 1 = \angle 2$ . Доведіть, що  $\angle BAC + \angle ACD = 180^\circ$ .

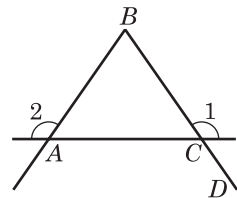


Рис. 8

**26.** Бісектриса даного кута утворює з його стороною кут, який дорівнює куту, суміжному з даним. Знайдіть даний кут.

Відповідь. \_\_\_\_\_

- 27.** Два рівних тупих кути  $AOB$  і  $COB$  (рис. 9) мають спільну сторону, а дві інші сторони взаємно перпендикулярні. Знайдіть тупий кут.

**Відповідь.** \_\_\_\_\_

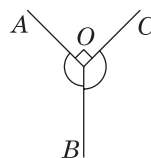


Рис. 9

- 28\*.** Доведіть, що пряма, проведена через вершину кута перпендикулярно до його бісектриси, є бісектрисою кута, суміжного з даним (рис. 10).

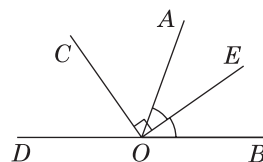


Рис. 10

- 29\*.** Поділіть прямокутник (рис. 11) трьома прямими на сім частин.



Рис. 11

- 30\*.** Відрізок, довжина якого дорівнює 34 см, поділено на три нерівні відрізки. Відстань між серединами крайніх відрізків дорівнює 20 см. Знайдіть довжину середнього відрізка.

**Відповідь.** \_\_\_\_\_