

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Глава 1. Величина и функция</b> . . . . .	17
§ 1.1. Величина . . . . .	17
1. Понятие величины. . . . .	17
2. Размерность величины. . . . .	17
3. Постоянные и переменные величины. . . . .	18
4. Числовая ось. . . . .	19
5. Характеристики переменных величин. . . . .	20
§ 1.2. Приближенные значения величины . . . . .	22
6. Понятие приближенного значения. . . . .	22
7. Погрешности. . . . .	23
8. Запись приближенных чисел. . . . .	24
9. Сложение и вычитание приближенных чисел. . . . .	24
10. Умножение и деление приближенных чисел. Общие замечания. . . . .	26
§ 1.3. Функции и графики . . . . .	28
11. Функциональная зависимость. . . . .	28
12. Обозначения. . . . .	29
13. Способы задания функций. . . . .	30
14. Графики функций. . . . .	33
15. Область определения функции. . . . .	34
16. Характеристики поведения функции. . . . .	35
17. Алгебраическая классификация функций. . . . .	39
18. Элементарные функции. . . . .	40
19. Преобразования графиков. . . . .	40
20. Неявное задание функций. . . . .	42
21. Взаимно обратные функции. . . . .	43
§ 1.4. Обзор простейших функций . . . . .	45
22. Линейная функция. . . . .	45
23. Квадратичная функция. . . . .	46
24. Степенная функция. . . . .	48
25. Дробно-линейная функция. . . . .	50
26. Логарифмическая функция. . . . .	51
27. Показательная функция. . . . .	52
28. Гиперболические функции. . . . .	53
29. Тригонометрические функции. . . . .	54
30. Подбор эмпирической формулы. . . . .	57
<b>Глава 2. Аналитическая геометрия на плоскости</b> . . . . .	59
§ 2.1. Координаты на плоскости . . . . .	59
1. Декартовы координаты. . . . .	59
2. Простые задачи на декартовы координаты. . . . .	60
3. Полярные координаты. . . . .	61
§ 2.2. Линии на плоскости . . . . .	62
4. Уравнение линии в декартовых координатах. . . . .	62
5. Уравнение линии в полярных координатах. . . . .	64
6. Параметрическое задание линий и функций. . . . .	66
7. Алгебраические линии. . . . .	68
8. Особые случаи. . . . .	70

§ 2.3. Алгебраические линии первых двух порядков	72
9. Линии первого порядка.	72
10. Линейные неравенства с двумя неизвестными	73
11. Линии второго порядка: введение	74
12. Эллипс.	75
13. Гипербола.	78
14. Парабола.	80
15. Родство эллипса, гиперболы и параболы.	81
16. Упрощение уравнения линии второго порядка.	83
<b>Глава 3. Предел. Непрерывность</b>	86
§ 3.1. Бесконечно малые и бесконечно большие величины	86
1. Бесконечно малые величины.	86
2. Свойства бесконечно малых.	88
3. Бесконечно большие величины.	89
§ 3.2. Пределы	90
4. Определение.	90
5. Свойства пределов.	92
6. Сумма числового ряда.	94
§ 3.3. Сравнение переменных величин	96
7. Сравнение бесконечно малых.	96
8. Свойства эквивалентных бесконечно малых.	97
9. Важные примеры.	98
10. Порядок малости.	99
11. Сравнение бесконечно больших.	100
§ 3.4. Непрерывные и разрывные функции	100
12. Развернутое определение непрерывной функции.	100
13. Точки разрыва.	101
14. Свойства непрерывных функций.	103
15. Некоторые приложения.	105
<b>Глава 4. Производные, дифференциалы, исследование поведения функции</b>	108
§ 4.1. Производная	108
1. Примеры, приводящие к понятию производной.	108
2. Определение производной.	110
3. Геометрический смысл производной.	110
4. Основные свойства производной.	112
5. Производные основных элементарных функций.	115
6. Касательная в полярных координатах.	118
§ 4.2. Дифференциал	120
7. Физические примеры.	120
8. Определение дифференциала и связь его с приращением.	121
9. Свойства дифференциала.	123
10. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.	124
§ 4.3. Производные и дифференциалы высших порядков	125
11. Производные высших порядков.	125
12. Дифференциалы высших порядков.	126
§ 4.4. Правило Лопиталю	128
13. Неопределенности вида $\frac{0}{0}$ .	128
14. Неопределенности вида $\frac{\infty}{\infty}$ .	129
§ 4.5. Формула и ряд Тейлора	130
15. Формула Тейлора.	130
16. Ряд Тейлора.	132
§ 4.6. Интервалы монотонности и экстремум	135
17. Знак производной.	135
18. Точки экстремума.	135
19. Наибольшее и наименьшее значения функции.	137
§ 4.7. Построение графиков	140
20. Участки выпуклости графика и точки перегиба.	140
21. Асимптоты графика.	141
22. Общая схема исследования функции и построения ее графика.	142

<b>Глава 5. Приближенное решение конечных уравнений. Интерполяция</b> . . . . .	144
§ 5.1. Приближенное решение конечных уравнений . . . . .	144
1. Введение. . . . .	144
2. Методы проб, хорд и касательных. . . . .	146
3. Метод итераций. . . . .	148
4. Формула конечных приращений. . . . .	150
5. Метод малого параметра. . . . .	151
§ 5.2. Интерполяция . . . . .	153
6. Интерполяционная формула Лагранжа. . . . .	153
7. Конечные разности и их связь с производными. . . . .	154
8. Интерполяционные формулы Ньютона. . . . .	157
9. Численное дифференцирование. . . . .	159
<b>Глава 6. Комплексные числа и функции</b> . . . . .	161
§ 6.1. Комплексные числа . . . . .	161
1. Комплексная плоскость. . . . .	161
2. Алгебраические действия над комплексными числами. . . . .	162
3. Сопряженные комплексные числа. . . . .	164
4. Формула Эйлера. . . . .	165
5. Логарифмы комплексных чисел. . . . .	167
§ 6.2. Комплексные функции от вещественного аргумента . . . . .	168
6. Определение и свойства. . . . .	168
7. Применение к описанию колебаний. . . . .	169
§ 6.3. Понятие о функциях комплексного переменного . . . . .	171
8. Разложение многочлена на множители. . . . .	171
9. Разложение дробно-рациональной функции на простейшие рациональные дроби. . . . .	173
10. Общие замечания о функциях комплексного переменного. . . . .	176
<b>Глава 7. Векторы</b> . . . . .	178
§ 7.1. Линейные действия над векторами . . . . .	178
1. Скалярные и векторные величины. . . . .	178
2. Сложение векторов. . . . .	179
3. Нуль-вектор и вычитание векторов. . . . .	180
4. Умножение вектора на скаляр. . . . .	181
5. Линейная комбинация векторов. . . . .	182
§ 7.2. Скалярное произведение векторов . . . . .	184
6. Проекция вектора на ось. . . . .	184
7. Скалярное произведение. . . . .	185
8. Свойства скалярного произведения. . . . .	186
§ 7.3. Декартовы координаты в пространстве . . . . .	187
9. Декартовы координаты в пространстве. . . . .	187
10. Простые задачи на декартовы координаты. . . . .	188
§ 7.4. Векторное произведение векторов . . . . .	191
11. Ориентация поверхности и вектор площади. . . . .	191
12. Векторное произведение. . . . .	192
13. Свойства векторного произведения. . . . .	193
14. Истинные векторы и псевдовекторы. . . . .	196
§ 7.5. Произведения трех векторов . . . . .	196
15. Векторно-скалярное произведение. . . . .	196
16. Векторно-векторное произведение. . . . .	197
§ 7.6. Линейные пространства . . . . .	198
17. Понятие линейного пространства. . . . .	198
18. Примеры. . . . .	200
19. Размерность линейного пространства. . . . .	201
20. Понятие евклидова пространства. . . . .	204
21. Ортогональность. . . . .	205

§ 7.7. Векторные функции скалярного аргумента и кривизна	207
22. Переменные векторные величины	207
23. Векторная функция скалярного аргумента	207
24. Понятия, связанные со второй производной	210
25. Соприкасающаяся окружность	211
26. Эволюта и эвольвента	213
<b>Глава 8. Элементы линейной алгебры</b>	215
§ 8.1. Матрицы и определители	215
1. Матрицы	215
2. Действия над матрицами	217
3. Определители	218
4. Свойства определителей	220
5. Разложение определителя по элементам ряда	223
6. Два простых применения определителей	225
7. Обратная матрица	229
8. Собственные векторы и собственные значения матрицы	231
9. Ранг матрицы	232
§ 8.2. Системы линейных алгебраических уравнений	233
10. Общая теорема о разрешимости	233
11. Численное решение	234
§ 8.3. Линейные отображения	238
12. Линейное отображение и его матрица	238
13. Преобразование матрицы отображения при замене базиса	243
14. Матрица отображения в базисе из собственных векторов	245
15. Замена декартова базиса	247
16. Симметрические матрицы	248
§ 8.4. Квадратичные формы	250
17. Квадратичные формы	250
18. Знак квадратичной формы	253
<b>Глава 9. Неопределенный интеграл</b>	254
§ 9.1. Элементарные методы интегрирования	254
1. Основные определения	254
2. Простейшие интегралы	255
3. Простейшие свойства неопределенного интеграла	258
4. Интегрирование по частям	260
5. Замена переменной при интегрировании	262
§ 9.2. Систематическое интегрирование	264
6. Интегрирование рациональных функций	264
7. Линейные и дробно-линейные иррациональности	266
8. Квадратичные иррациональности	267
9. Интегрирование функций, рационально зависящих от тригонометрических функций	270
10. Общие замечания	272
<b>Глава 10. Определенный интеграл</b>	274
§ 10.1. Определение и основные свойства	274
1. Примеры, приводящие к понятию определенного интеграла	274
2. Основное определение	276
3. Связь определенного интеграла с неопределенным	279
4. Основные свойства определенного интеграла	282
5. Интегрирование неравенств	287
§ 10.2. Применения определенного интеграла	289
6. Две схемы применения	289
7. Вычисление площадей плоских фигур	291
8. Длина дуги	294
9. Объем тела	295
10. Площадь поверхности вращения	296
§ 10.3. Численное интегрирование	297
11. Общие замечания	297
12. Формулы численного интегрирования	299

§ 10.4. Несобственные интегралы . . . . .	303
13. Интеграл с бесконечным пределом интегрирования . . . . .	303
14. Основные свойства интегралов с бесконечным пределом интегрирования . . . . .	305
15. Несобственные интегралы иных видов . . . . .	310
16. Гамма-функция . . . . .	314
17. Бета-функция . . . . .	315
18. Главное значение расходящегося интеграла . . . . .	317
§ 10.5. Интегралы, зависящие от параметра . . . . .	318
19. Собственные интегралы . . . . .	318
20. Несобственные интегралы . . . . .	319
§ 10.6. Криволинейные интегралы . . . . .	320
21. Интеграл по длине дуги . . . . .	320
22. Интеграл по координате . . . . .	323
§ 10.7. Понятие об обобщенных функциях . . . . .	325
23. Дельта-функция . . . . .	325
24. Приложение к построению функции влияния . . . . .	327
25. Другие обобщенные функции . . . . .	329
<b>Глава 11. Дифференциальные уравнения . . . . .</b>	<b>331</b>
§ 11.1. Общие понятия . . . . .	331
1. Примеры . . . . .	331
2. Основные определения . . . . .	332
§ 11.2. Уравнения первого порядка . . . . .	334
3. Геометрический смысл . . . . .	334
4. Интегрируемые типы уравнений . . . . .	336
5. Уравнение для экспоненты . . . . .	340
6. Особые точки и особые решения . . . . .	342
7. Уравнения, не разрешенные относительно производной . . . . .	345
§ 11.3. Уравнения высших порядков и системы уравнений . . . . .	346
8. Уравнения высших порядков . . . . .	346
9. Связь уравнений высшего порядка с системами уравнений первого порядка . . . . .	349
10. Геометрический смысл системы уравнений первого порядка . . . . .	349
11. Первые интегралы . . . . .	352
§ 11.4. Линейные уравнения общего вида . . . . .	353
12. Линейные однородные уравнения . . . . .	353
13. Неоднородные уравнения . . . . .	355
14. Краевые задачи . . . . .	359
§ 11.5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами . . . . .	363
15. Однородные уравнения . . . . .	363
16. Неоднородные уравнения с квазимногочленом в правой части . . . . .	367
17. Уравнение Эйлера . . . . .	370
18. Понятие о применении операционного исчисления . . . . .	371
19. Операторы и операторное решение уравнений . . . . .	374
§ 11.6. Системы линейных уравнений . . . . .	377
20. Системы линейных уравнений общего вида . . . . .	377
21. Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами . . . . .	379
22. Приложение к выяснению устойчивости по Ляпунову состояния равновесия . . . . .	383
§ 11.7. Приближенное и численное решение уравнений . . . . .	386
23. Метод итераций . . . . .	386
24. Применение ряда Тейлора . . . . .	388
25. Применение степенных рядов с неопределенными коэффициентами . . . . .	388
26. Функции Бесселя . . . . .	390
27. Метод малого параметра . . . . .	392
28. Общие замечания о зависимости решения от параметра . . . . .	393
29. Методы улучшения невязки . . . . .	394
30. Метод упрощения . . . . .	395

31. Метод Эйлера . . . . .	396
32. Метод Рунге-Кутты . . . . .	398
33. Метод Милна . . . . .	399
<b>Глава 12. Функции нескольких переменных . . . . .</b>	<b>400</b>
§ 12.1. Функции двух переменных . . . . .	400
1. Способы задания . . . . .	400
2. Область определения . . . . .	403
3. Линейная функция . . . . .	403
4. Непрерывность и разрывы . . . . .	404
5. неявные функции . . . . .	406
§ 12.2. Функции любого числа переменных . . . . .	406
6. Способы задания . . . . .	406
7. Функции трех переменных . . . . .	406
8. Общий случай . . . . .	407
9. Поле . . . . .	407
§ 12.3. Частные производные и дифференциалы первого порядка . . . . .	408
10. Основные определения . . . . .	408
11. Полный дифференциал . . . . .	410
12. Производная сложной функции . . . . .	412
13. Производные неявных функций . . . . .	414
14. Линеаризация нелинейной зависимости . . . . .	415
§ 12.4. Частные производные и дифференциалы высших порядков . . . . .	417
15. Определения . . . . .	417
16. Равенство смешанных производных . . . . .	417
17. Полный дифференциал высшего порядка . . . . .	418
18. Формула Тейлора для функции нескольких переменных . . . . .	419
<b>Глава 13. Аналитическая геометрия в пространстве . . . . .</b>	<b>421</b>
§ 13.1. Координаты в пространстве . . . . .	421
1. Различные виды координат в пространстве . . . . .	421
2. Число степеней свободы . . . . .	422
§ 13.2. Поверхности и линии в пространстве . . . . .	425
3. Поверхности в пространстве . . . . .	425
4. Цилиндры, конусы, поверхности вращения . . . . .	425
5. Линия в пространстве . . . . .	427
6. Параметрическое задание поверхностей в пространстве и функций . . . . .	428
§ 13.3. Алгебраические поверхности первых двух порядков . . . . .	429
7. Поверхности первого порядка . . . . .	429
8. Эллипсоид . . . . .	432
9. Гиперboloиды . . . . .	433
10. Параболоиды . . . . .	435
11. Обзор поверхностей второго порядка . . . . .	436
<b>Глава 14. Применение частных производных . . . . .</b>	<b>437</b>
§ 14.1. Скалярное поле . . . . .	437
1. Производная по направлению и градиент . . . . .	437
2. Поверхности уровня . . . . .	439
3. неявные функции двух переменных . . . . .	441
4. Плоские поля . . . . .	442
§ 14.2. Экстремум функции нескольких переменных . . . . .	442
5. Экстремум . . . . .	442
6. Метод наименьших квадратов . . . . .	446
7. Кривизна поверхностей . . . . .	447
8. Условный экстремум . . . . .	449
9. Экстремум с ограничениями . . . . .	451
§ 14.3. Нелинейные отображения . . . . .	453
10. Общие понятия . . . . .	453
11. Нелинейное отображение в малом . . . . .	454
12. Функциональная зависимость функций . . . . .	455

§ 14.4. Некоторые другие применения	457
13. Огибающая однопараметрического семейства линий.	457
14. Численное решение систем конечных уравнений.	458
15. Условия независимости криволинейного интеграла по координатам от контура интегрирования.	460
16. Приложение к дифференциальным уравнениям первого порядка.	463
17. Устойчивость по Ляпунову состояния равновесия нелинейной системы.	465
18. Варьирование нелинейного дифференциального уравнения.	467
<b>Глава 15. Кратные интегралы</b>	468
§ 15.1. Определение и основные свойства кратных интегралов	468
1. Примеры, приводящие к понятию кратного интеграла.	468
2. Определение кратных интегралов.	469
3. Основные свойства интегралов.	470
4. Основные методы применения кратных интегралов.	472
5. Геометрический смысл интеграла, взятого по плоской фигуре.	473
§ 15.2. Два типа физических величин	474
6. Основной пример. Масса и плотность.	474
7. Величины, распределенные по пространству.	475
§ 15.3. Вычисление кратных интегралов в декартовых координатах	476
8. Интеграл по прямоугольнику.	476
9. Интеграл по произвольной плоской фигуре.	479
10. Интеграл по произвольной поверхности.	481
11. Интеграл по объему.	482
§ 15.4. Замена переменных в кратных интегралах	484
12. Переход к полярным координатам на плоскости.	484
13. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам в пространстве.	485
14. Общие криволинейные координаты на плоскости.	486
15. Общие криволинейные координаты в пространстве.	488
16. Координаты на поверхности.	488
§ 15.5. Варианты кратных интегралов	490
17. Несобственные интегралы.	490
18. Интегралы, зависящие от параметра.	492
19. Интеграл по общей мере и обобщенные функции.	493
20. Многомерные интегралы.	495
§ 15.6. Векторное поле	497
21. Векторные линии.	497
22. Поток вектора через поверхность.	498
23. Дивергенция.	500
24. Выражение дивергенции в декартовых координатах.	502
25. Линейный интеграл и циркуляция.	503
26. Ротор.	504
27. Формулы Грина и Стокса.	506
28. Выражение векторных операций в криволинейной ортогональной системе координат.	509
29. Общая формула для преобразования интегралов.	510
<b>Глава 16. Ряды</b>	512
§ 16.1. Числовые ряды	512
1. Общие свойства	512
2. Ряды с положительными членами.	513
3. Ряды с членами любого знака.	517
4. Действия с рядами.	518
5. Скорость сходимости ряда.	520
6. Ряды с комплексными, векторными и матричными членами.	522
7. Кратные ряды.	523
§ 16.2. Общие функциональные ряды	525
8. Введение. Уклонение функций.	525
9. Сходимость функционального ряда.	526
10. Свойства функциональных рядов.	528

§ 16.3. Степенные ряды . . . . .	529
11. Интервал сходимости. . . . .	529
12. Свойства степенных рядов. . . . .	530
13. Конечные действия над степенными рядами. . . . .	533
14. Степенной ряд как ряд Тейлора. . . . .	535
15. Степенные ряды с комплексными членами. . . . .	536
16. Понятие о числах Бернулли. . . . .	537
17. Применение рядов к решению разностных уравнений. . . . .	538
18. Кратные степенные ряды. . . . .	540
19. Функции от матриц. . . . .	540
20. Асимптотические разложения. . . . .	543
§ 16.4. Тригонометрические ряды . . . . .	544
21. Свойство ортогональности. . . . .	544
22. Ряды по ортогональным системам функций. . . . .	546
23. Ряды Фурье. . . . .	547
24. Разложение периодической функции. . . . .	551
25. Пример. Функции Бесселя как коэффициенты Фурье. . . . .	552
26. Характер сходимости ряда Фурье. . . . .	553
27. Комплексная форма ряда Фурье. . . . .	555
28. Равенство Парсеваля. . . . .	557
29. Пространство Гильберта. . . . .	558
30. Ортогональность с весом. . . . .	559
31. Кратные ряды Фурье. . . . .	560
§ 16.5. Преобразование Фурье . . . . .	562
32. Формулы преобразования Фурье. . . . .	562
33. Свойства преобразования Фурье. . . . .	564
<b>Глава 17. Понятие об уравнениях математической физики . . . . .</b>	<b>566</b>
§ 17.1. Введение . . . . .	566
1. Вывод некоторых уравнений математической физики и основных задач для них . . . . .	566
§ 17.2. Одномерное волновое уравнение . . . . .	571
2. Однородное волновое уравнение на прямой . . . . .	571
3. Отражение волн . . . . .	573
4. Неоднородное волновое уравнение на прямой . . . . .	574
5. Однородное волновое уравнение на конечном интервале . . . . .	576
6. Неоднородное волновое уравнение на конечном интервале . . . . .	579
7. Телеграфное уравнение . . . . .	581
§ 17.3. Уравнение теплопроводности . . . . .	584
8. Уравнение теплопроводности на конечном интервале . . . . .	584
9. Однородное уравнение теплопроводности на прямой . . . . .	586
10. Неоднородное уравнение теплопроводности на прямой . . . . .	588
11. Уравнение теплопроводности на полупрямой . . . . .	590
§ 17.4. Уравнения Лапласа и Пуассона . . . . .	591
12. Уравнения Лапласа и Пуассона в прямоугольнике . . . . .	591
13. Уравнение Лапласа в круге . . . . .	594
§ 17.5. Некоторые численные методы . . . . .	597
14. Понятие о методе сеток . . . . .	597
15. Метод Галеркина . . . . .	600
<b>Глава 18. Элементы теории вероятностей и математической статистики . . . . .</b>	<b>603</b>
§ 18.1. Случайные события и их вероятности . . . . .	603
1. Случайные события. . . . .	603
2. Вероятность. . . . .	604
3. Основные свойства вероятности. . . . .	608
4. Правило умножения вероятностей. . . . .	610
5. Формула полной вероятности. . . . .	612
6. Формула вероятностей гипотез. . . . .	613
7. Принцип игнорирования маловероятных событий. . . . .	613



§ 18.2. Случайные величины . . . . .	614
8. Определения. . . . .	614
9. Примеры дискретных случайных величин. . . . .	617
10. Примеры непрерывных случайных величин. . . . .	619
11. Функции от случайного аргумента. . . . .	621
§ 18.3. Числовые характеристики случайных величин . . . . .	622
12. Математическое ожидание. . . . .	622
13. Свойства математического ожидания. . . . .	623
14. Дисперсия. . . . .	624
15. Основные примеры. . . . .	626
16. Характеристическая функция. . . . .	629
17. Нормальный закон как предельный. . . . .	630
18. Применение функции Лапласа. . . . .	631
§ 18.4. Системы случайных величин . . . . .	633
19. Система двух дискретных случайных величин. . . . .	633
20. Система двух непрерывных случайных величин. . . . .	636
21. Функция от двух случайных аргументов . . . . .	640
22. Случайная точка на плоскости. . . . .	642
§ 18.5. Случайные процессы . . . . .	645
23. Однородные цепи Маркова с конечным числом состояний . . . . .	645
24. Однородные марковские процессы с непрерывным временем и конечным числом состояний. . . . .	647
25. Простейший поток событий. . . . .	649
26. Случайные функции. . . . .	651
27. Стационарные случайные функции . . . . .	655
28. Спектральное разложение стационарной случайной функции . . . . .	656
§ 18.6. Элементы математической статистики. . . . .	660
29. Эмпирический закон распределения случайной величины. . . . .	660
30. Точечные оценки параметров распределения. . . . .	661
31. Метод моментов для оценки параметров распределения. . . . .	663
32. Интервальные оценки параметров распределения. . . . .	664
33. Статистический анализ связи между случайными величинами. . . . .	666
Предметный указатель . . . . .	668
Литература . . . . .	678

Подписано в печать 15.11.06.

Бумага офсетная. Гарнитура Литературная. Формат 60x90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Печать офсетная. Усл. п. л. 36,12. Тираж 2000 экз.

Заказ № 7081.

Отпечатано с готовых диапозитивов

в ОАО «Владимирская книжная типография».

600000, г. Владимир, Октябрьский проспект, д. 7.

Качество печати соответствует качеству предоставленных диапозитивов