Содержание

Вступление 9

0 **Предисловие** 11

1 **Магия чисел** 15

2 **Магия алгебры** 37

3 **Магия 9** 63

4 **Магия счета** 85

5 **Магия последовательности Фибоначчи** 113

6 **Магия доказательств** 139

7 **Магия геометрии** 169

8 **Магия числа π** 203

9 **Магия тригонометрии** 229

10 **Магия чисел i и e** 257

11 **Магия исчисления** 283

12 **Магия бесконечности** 309

Итого 337

Благодарности 339

Вступление

Математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит.
М.В. Ломоносов

Не люблю длинных предисловий. Хочется сразу начать читать книгу. Но здесь не совсем обычная книга. Кажется, что слово «магия» предполагает некоторые фокусы и трюки. Не скрою, они здесь есть, и многим это понравится. Правда, книга не об этом.

Мы задаемся вопросом, зачем нам нужна математика. Особенно гуманитариям. Мой личный опыт научил меня определенному отношению к этому вопросу. Навыки математического мышления оказались нужны всем и каждому. Если вы, конечно, любите размышлять, а не зубрить. Если вам доставляет удовольствие сам процесс логических рассуждений. Парадокс именно в том, что магия, волшебство математики проявляется постепенно, как рассвет. Не сразу, но заметно. Не ярко, но очень красиво.

Вдруг вы замечаете у себя умение логически мыслить и рассуждать, грамотно и четко формулировать мысли, делать верные логические выводы. Вдруг вам просто становится после этого легче общаться с людьми.

Особенно математика важна для развития ребенка. Она дает возможность сразу правильно и рационально мыслить. Причем навсегда. Мне повезло в жизни. У меня было два прекрасных преподавателя. Оба стали моими Учителями. Один преподавал язык и литературу и утверждал, что, «не зная грамматики — не выучишь математики». Второй преподавал математику и «приводил в порядок наши мысли». Они крепко дружили между собой. И, похоже, они считали оба эти предмета волшебно полезными для нашей жизни. Одно оказалось неотделимо от другого. Особенно сильно это проявилось позднее, когда я стал играть (иногда небезуспешно) в различные интеллектуальные игры. Вот такая магия получилась.

Мозг требует таких же тренировок, как и любая другая мышца человеческого организма. Когда-то, лет 30 назад, я работал в Федерации бодибилдинга, как смешно это ни звучит. Должен заметить, что тогда меня сильно удивило интеллектуальное развитие спортсменов, особенно занимающих призовые места на самых престижных турнирах. Оказалось, что для подготовки надо быть почти кандидатом медицинских наук. Ну а когда человек начинает читать разную литературу, его любопытство направляет ум в самые невероятные места. Призер «Мистер Олимпия» Олег Отрох специально занимался математикой. Она помогала ему добиться нужной концентрации. Кроме того, он был убежден, что математика защищает его разум от всяких Паркинсонов и Альцгеймеров. Роберт Фишер — между прочим, чемпион мира по шахматам — научился читать и писать только потому, что иначе он не мог записывать шахматные партии, как того требовали правила. И вот тут он открыл для себя, как помогает ему мыслить математика. Не мог оторваться до последних своих дней.

Вы еще задаетесь вопросом, зачем вам нужна математика? Особенно гуманитариям? Выходит, не только сдачу в магазине считать. Мой личный опыт научил меня определенному отношению к этому вопросу. Навыки математического мышления оказались нужны всем и каждому. Вся эволюция человека от узелков на веревочках и абака до суперкомпьютеров прошла рука об руку с математикой. Даже просто оценивая картину в музее или памятник на улице, мы подсознательно обращаем внимание на пропорции. Благодаря математике мы умеем видеть красоты мира и природы. Каждый раз, выбирая смартфон или компьютер, мы невольно оперируем математическими терминами. Мы гордимся своими селфи, произнося слово «мегапиксели» как заклинание. Вот такая математика. Она не только делает нас разумнее, тренирует наш мозг, развивает нас как личность. Она просто помогает нам жить.

А магия? А что магия? Магия в книге есть. Забавная, замечательная, необыкновенная и неожиданная. Причем даже для тех, кто полагает, что знает эту самую математику. Хочется, чтобы вы ее тоже увидели своими глазами. Увидели и насладились. Это очень красиво.

P.S. А парочку фокусов и трюков я все-таки запомнил.

Александр Рубин,
мзаркетолог, экономист, инженер, член российского отделения IAA, игрок и один из основателей клуба «Что? Где? Когда?» в Днепропетровске

ГЛАВА НОМЕР НОЛЬ

Предисл0вие

Всю мою жизнь меня тянуло к магии. Не счесть, сколько кудесников видел я на своем веку, как и не счесть, сколько чудес я сотворил собственными руками. Но я не перестаю восхищаться тем, как работает магия, как из простых и понятных вроде бы действий и алгоритмов вдруг рождается поразительное, непостижимое искусство — искусство, которое я так обожаю постигать. Несколько основных принципов — и вот я уже сам придумываю трюки.

Примерно то же чувство я испытываю, когда дело касается математики. С самого детства шестым чувством я ощущал, что в числах кроется истинная магия. Как вам, например, вот это? Задумайте любое число в промежутке от 20 от 100. Задумали? Сложите между собой составляющие его цифры. Вычтите получившуюся сумму из задуманного вами числа. И снова сложите цифры. Получилось 9? Если нет — перепроверьте свои вычисления. Здорово, правда? Вся математика построена на таких вот фокусах, о которых в школах нам почему-то не рассказывают. В этой книжке я покажу вам, как с помощью обычных чисел, фигур и простой логики творить настоящие чудеса. Добавим немного алгебры и геометрии, и перед нами откроются двери в производственные цеха фабрики магии, а может, и самого человеческого естества.

Эта книжка полна чисел, алгебры и математического анализа, геометрии и тригонометрии. Но есть в ней и много такого, что не столь хорошо знакомо неискушенному читателю и при этом не объяснено в мельчайших подробностях: треугольник Паскаля, математическая бесконечность, магические свойства некоторых чисел (9, π, e, i), последовательность Фибоначчи, золотое сечение… И хотя нескольких десятков страниц будет явно недостаточно, чтобы подробно рассказать о каждом из этих понятий, я все же надеюсь, что мне удастся объяснить вам их суть и показать, насколько удивительными и значительными они могут быть. И даже если вы с ними уже когда-то сталкивались, здесь вы увидите их под немного другим углом. Это расширит и обогатит ваши знания и представления, ведь чем глубже мы постигаем математику, тем более изощренной и восхитительной предстает перед нами ее магия. Вот, например, одна из самых любимых моих формул:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Ее еще называют «уравнением Бога», ведь здесь используются самые важные для математической науки числа: 0 и 1 — основы всех основ, число $\pi = 3{,}14159\ldots$ — самое важное в геометрии, $e = 2{,}71828\ldots$ — константа математического анализа, и *мнимая* единица i, квадрат которой равен –1. Про π мы поговорим в главе 8, про i и e — в главе 10. А в главе 11 разберемся со всем тем, что поможет нам понять магическую природу этой формулы.

Эта книга написана для тех, кто когда-нибудь захочет пройти курс математики, и для тех, кто сейчас проходит курс математики, или для тех, кто только что прошел курс математики. Иными словами — абсолютно для всех, вне зависимости от того, обожаете вы математику или боитесь ее как огня. Чтобы сделать наше общение проще, я сформулировал несколько «правил» (в математическом понимании этого слова).

Правило № 1: Текст в серых блоках можно не читать (но только не этот)!

В каждой главе есть «отступления», в которых я рассказываю о чем-то интересном, что упомянуто в основном тексте, но в логику рассуждений не вписывается: это может быть лишний пример, подробное доказательство или информация, рассчитанная на более искушенного читателя. При первом чтении (равно как и при втором или третьем) вам, возможно, захочется эти «отступления» проигнорировать. Но я очень надеюсь, что вам все же захочется перечитать эту книжку: математика — такая вещь, к которой хочется возвращаться снова и снова.

***Правило № 2*. Не бойтесь пропускать отдельные абзацы, разделы или даже главы.** Если чувствуете, что застряли и никак не можете осилить ту или иную часть, смело поступайте с ней так же, как и с отступлениями — вернитесь к ним позже, со свежими силами и свежим взглядом. В конце концов, быть может, следующая глава прольет свет на то, что сейчас кажется непроходимой чащей? Обидно остановиться на полпути и пропустить все самое интересное, правда?

***Правило № 3*. Обязательно прочитайте последнюю, главу 12.** В ней рассказано столько всего о математической бесконечности, что голова у вас пойдет кругом, ведь в школе вас этому наверняка не учили. К тому же, очень мало из того, что написано в главе 12, связано с предыдущими главами. С другой стороны, «очень мало» — не значит «все», а значит, у вас будет отличный стимул перечитать то, что осталось не до конца понятым.

***Правило № π*. Готовьтесь к неожиданностям.** Хотя математика — вещь очень серьезная и важная, изучать ее по учебникам, написанным строгим и сухим языком, никакой необходимости нет. На лекциях, которые я читаю в Колледже Харви Мадда[1], мне редко удается обойтись без случайного каламбура, шутки, стихотворения, песенки или фокуса с числами — они отлично разбавляют атмосферу мрачной научной серьезности. Так почему бы не заняться тем же и на страницах этой книги? В одном вам однозначно повезло: не нужно будет слушать, как я пою. Чем не плюс?

Вот и все правила. Хватайте их подмышку и вперед — в удивительный мир математической магии!

---

[1] Колледж Харви Мадда — престижный частный колледж в Клермонте, Калифорния, специализирующийся на точных и естественных науках. — *Прим. пер.*

ГЛАВА НОМЕР ОДИН

1 + 2 + 3 + 4 + ... + 100 = 5050

Магия чисел

Числовые закономерности

Изучение математики всегда начинается с чисел. Сначала мы учимся выражать количество с помощью букв, цифр или самих предметов. А потом долгие и долгие годы складываем, вычитаем, умножаем, делим и решаем разные арифметические задачи. И за всей этой рутиной часто не видим магию чисел, способную развлечь и удивить любого, кто решится всего лишь заглянуть чуть глубже.

Вот, например, одна хитрость, с которой еще в детстве столкнулся немецкий математик Карл Фридрих Гаусс[1]. Как-то раз на уроке математики учитель попросил класс сложить между собой всей числа от 1 до 100. Вряд ли он хотел развлечь учеников — скорее, отвлечь: заставить заняться чем-нибудь нудным и требующим полного сосредоточения, а самому спокойно сделать другую работу. Представьте себе его удивление, когда через несколько секунд Гаусс вышел к доске и написал ответ — 5050. Хотите знать, как он это сделал? Он просто представил все эти числа в виде двух рядов: верхний — от 1 до 50, нижний — от 51 до 100, причем в нижнем ряду числа *шли в обратном порядке*, вот так:

[1] Иоганн Карл Фридрих Гаусс (1777–1855) — выдающийся немецкий математик, механик, физик, астроном. — *Прим. ред.*

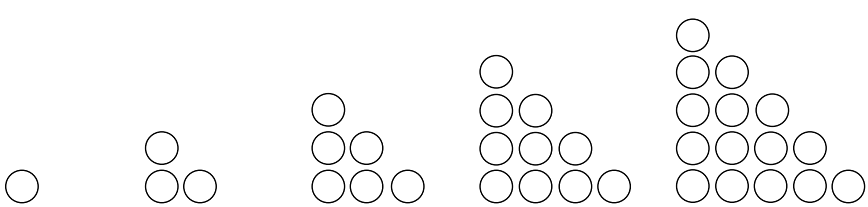
1	2	3	4	…	47	48	49	50
+ 100	+ 99	+ 98	+ 97	…	+ 54	+ 53	+ 52	+ 51
101	101	101	101	…	101	101	101	101

Числа от 1 до 100, записанные в два ряда.
Каждая пара дает в сумме 101

Гаусс заметил, что сумма чисел в каждом из 50 столбцов одинаковая — 101, а значит, для того, чтобы получить искомый результат, нужно всего лишь умножить 101 на 50. Так у него и получилось 5050.

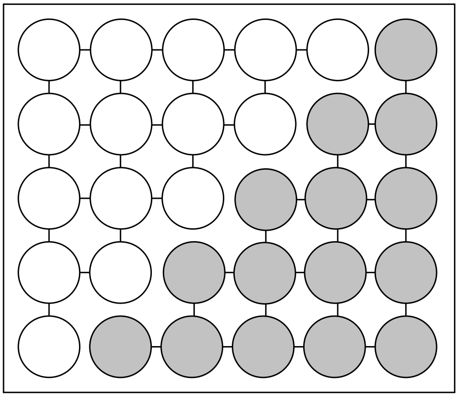
Собственно говоря, благодаря такой вот способности — не быстро считать в уме, но заставлять числа плясать под свою дудку — Гаусс и стал одним из величайших математиков XIX столетия. В этой главе мы как раз и поговорим об интересных числовых закономерностях и, конечно, увидим танец чисел. Одни из этих примеров полезны тем, что развивают способности умственного счета, другие — просто красивы.

Только что мы последовали путем гауссовой логики, чтобы получить сумму первой сотни простых чисел. Но что, если нам нужна сумма 17 из них? Или тысячи? Миллиона? Логика Гаусса позволяет подсчитывать сумму первых n чисел, где n — любое нужное вам количество! Некоторым людям легче разобраться с математическими абстракциями, если они могут их визуализировать. К примеру, числа 1, 3, 6, 10 и 15 иногда называют *треугольными*, потому что, заменив их соответствующим количеством кружков, можно легко сложить треугольники, вроде того, что изображен чуть ниже (конечно, один кружок треугольником можно назвать с очень большой натяжкой, но число 1, несмотря на это, все же считается треугольным). Согласно определению, треугольное число n равняется $1 + 2 + 3 + \ldots + n$.



Первая пятерка треугольных чисел: 1, 3, 6, 10 и 15

Посмотрите, что произойдет, если мы расположим два треугольника основаниями друг к другу, вот так:



Сколько кружков в прямоугольнике?

У нас получился прямоугольник из 5 рядов и 6 столбцов — всего 30 кружков. Значит, в каждом из двух наших треугольников была половина общего их количества, то есть по 15 кружков. Мы, это, разумеется, уже знаем, но давайте применим этот же принцип к двум прямоугольникам, количество рядов в которых равно n. Точно так же составим из них прямоугольник с n рядов и $n + 1$ столбцов. Кружков в нем будет $n \times (n + 1)$ — ну или в более привычной записи — $n(n + 1)$. В результате мы получим формулу, которая позволит нам подсчитывать **сумму первых *n* чисел**:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

Видите, закономерность, которую мы использовали для сложения первой сотни чисел, вполне применима к любому подобному ряду, сколько бы членов в него ни входило. И если вдруг нам понадобится сложить между собой все числа от 1 до 1 000 000, сделать это можно будет всего за два шага: перемножив 1 000 000 и 1 000 001 и разделив результат пополам.

Разобравшись в одной формуле, вы с легкостью разберетесь и в остальных. Например, если мы удвоим обе части последнего уравнения, получится формула **суммы первых *n* четных чисел:**

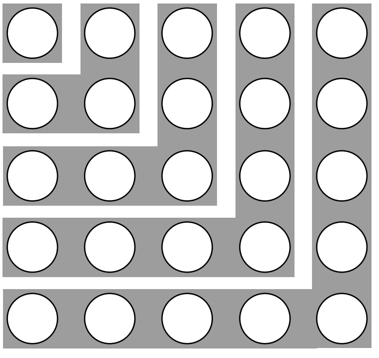
$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

А как насчет суммы первых **нечетных**, спро́сите вы? Давайте посмотрим, что говорят нам числа.

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 1+3 &= 4 \\ 1+3+5 &= 9 \\ 1+3+5+7 &= 16 \\ 1+3+5+7+9 &= 25 \\ &\ldots \end{aligned}$$

Чему равна сумма первых n нечетных чисел?

То, что справа — *квадраты целых чисел*. 1×1; 2×2; 3×3 и т. д. Сложно не заметить следующую закономерность: сумма первых n нечетных чисел равняется $n \times n$. Или n^2. Но что, если это просто совпадение? Чуть позже, в главе 6, мы с вами увидим несколько путей развития этой формулы, но уже и сейчас понятно, что у такой простой закономерности должно быть не менее простое объяснение. Самое мое любимое — методом подсчета кружков: он наглядно показывает, почему числа вроде 25 называются *квадратами*. Но почему вдруг мы должны складывать первые 5 нечетных чисел с 5^2? А просто посмотрите на квадрат размером 5 на 5:



Сколько кружков в квадрате?

Кружков в нем $5 \times 5 = 25$, это очевидно. Но давайте подсчитаем иначе. Начнем с одинокого кружка в левом верхнем углу. Его окружают 3 кружка, потом 5, потом 7 и, наконец, 9. Следовательно,

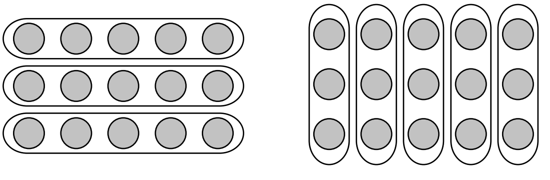
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2$$

И возьми мы квадрат со сторонами n на n, его можно будет легко разбить на n-ное количество L-образных секторов, в каждом из которых будет соответственно 1, 3, 5, ..., $(2n - 1)$ кружков. Это и есть формула **суммы первых n нечетных чисел**

$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) = n^2$$

Отступление

Чуть позже мы еще вернемся к методу подсчета кружков (как и к методу решения задачи двумя разными способами), и вы увидите, к каким интересным результатам он может привести в высшей математике. Но и для понимания основ он не менее полезен. *Почему*, например, $3 \times 5 = 5 \times 3$? Уверен, вы никогда даже не задавались таким вопросом: просто однажды в детстве вам сказали, что порядок чисел при умножении абсолютно не важен (математики, кстати, называют это *законом коммутативности*). Но почему же три пакетика по пять жемчужин — это то же, что и пять пакетиков по три жемчужины? Самый простой способ объяснить этот закон — посчитать кружки в прямоугольнике размером 3 на 5. Считая ряд за рядом, мы видим 3 ряда, в каждом из них 5 кружков, то есть во всем прямоугольнике 3×5 кружков. С другой стороны, мы можем подсчитать столбики, а не ряды: по 3 кружка в каждом из 5 рядов, значит, всего кружков 5×3.



Почему $3 \times 5 = 5 \times 3$?

Эта закономерность может привести нас к другой, еще более красивой. Раз уж мы хотим заставить числа танцевать, почему бы не сделать это и с их квадратами?

Взгляните вот на такую пирамидку уравнений:

$$1 + 2 = 3$$
$$4 + 5 + 6 = 7 + 8$$
$$9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15$$
$$16 + 17 + 18 + 19 + 20 = 21 + 22 + 23 + 24$$
$$25 + 26 + 27 + 28 + 29 + 30 = 31 + 32 + 33 + 34 + 35$$
$$\ldots$$

Какую закономерность вы видите? Подсчитать количество чисел в каждом ряду несложно: 3, 5, 7, 9, 11 и так далее. А дальше неожиданность: первое число каждого ряда — по крайней мере, первых 5 записанных здесь рядов — является квадратом числа. И правда: 1, 4, 9, 16, 25... Почему так получается? Возьмем пятый ряд. Сколько чисел ему предшествуют? Давайте сложим их количество: 3 + 5 + 7 + 9. Прибавим к ним еще единицу, и у нас получится первое число пятого ряда — сумма первых 5 нечетных чисел, которая, как мы уже знаем, равна 5^2.

А теперь просчитаем пятое уравнение, ничего к нему не добавляя. Как бы это сделал Гаусс? Если пока не обращать внимания на начальное 25, слева у нас останется 5 чисел, каждое из которых будет ровно на 5 меньше, чем соответствующее ему число справа.

$$\begin{array}{cccccc} 25 & 26 & 27 & 28 & 29 & 30 \\ & -31 & -32 & -33 & -34 & -35 \\ \cline{2-6} & -5 & -5 & -5 & -5 & -5 \end{array}$$

Сравнение левых и правых чисел 5 ряда

То есть сумма чисел справа будет ровно на 25 больше суммы чисел слева. Но это без учета 25, которые стоят в начале. А с ними у нас получается именно тот результат, который обещан нам знаком равенства. Следуя той же логике и призвав на помощь алгебру, мы докажем, что этот ряд можно продолжать бесконечно.

Отступление

А теперь — специально для тех, кто хотел немного алгебры. Ряду n предшествует количество чисел, равное $3 + 5 + 7 + ... + (2n - 1) = n^2 - 1$, поэтому левая сторона нашего уравнения должна начинаться с числа n^2, за которым следует n последовательных чисел, от $n^2 + 1$ до $n^2 + n$. Справа — n последовательных чисел, начиная с $n^2 + n + 1$, заканчивая $n^2 + 2n$. Если мы временно «забудем» про число n^2 слева, то увидим, что каждое из n чисел справа на n больше, чем соответствующее ему последовательное число слева. Разница при этом составляет $n \times n$, то есть n^2. Закономерность эта компенсируется начальным n^2 слева, поэтому-то левая и правая части и равны.

Перейдем к другой закономерности. Как мы уже видели, из нечетных чисел можно составлять квадраты. А теперь посмотрим, что произойдет, если собрать их в один большой треугольник — вроде того, что изображен чуть ниже.

Так отлично видно, что $3 + 5 = 8$, а $7 + 9 + 11 = 27$, а $13 + 15 + 17 + 19 = 64$. Что общего у 1, 8, 27 и 64? Да это же полные кубы чисел! Например, если сложить между собой пять чисел пятого ряда, мы получим:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & = & 1 & = & 1^3 \\ 3+5 & = & 8 & = & 2^3 \\ 7+9+11 & = & 27 & = & 3^3 \\ 13+15+17+19 & = & 64 & = & 4^3 \\ 21+23+25+27+29 & = & 125 & = & 5^3 \\ \ldots & & \ldots & & \ldots \end{array}$$

Треугольник нечетных чисел

$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$$

Логика вроде бы подсказывает, что сумма чисел в ряду n будет равна n^3. Но насколько верным будет этот вывод? Не простое ли это совпадение? Чтобы лучше понять эту закономерность, посмотрим на числа в середине 1, 3 и 5 рядов. Что мы видим? 1, 9 и 25. То есть квадраты. В середине 2 и 4 рядов чисел нет, но по сторонам центра 2 ряда видим числа 3 и 5, среднее арифметическое которых — 4, а по сторонам центра 4 ряда — 15 и 17 со средним арифметическим 16. Давайте подумаем, как эту закономерность можно использовать.

Снова возьмем 4 ряд. Что мы тут видим? А *видим* мы, что сумма всех чисел в нем есть 5^3 — и не нужно к ним ничего добавлять, чтобы заметить: все они симметрично расположены вокруг 25. Так как среднее арифметическое этих чисел — 5^2, уравнение преобразуется в $5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 = 5 \times 5^2$, то есть 5^3. То же справедливо и в отношении 4 ряда: среднее арифметическое всех чисел в нем — 4^2, их сумма — 4^3. Чуть-чуть алгебры (к которой мы здесь не прибегаем), и вы легко сделаете вывод, что среднее арифметическое n чисел ряда n равно n^2, а их сумма равна n^3, что и требовалось доказать.

Кстати, если уж мы взялись оперировать квадратами и кубами, не могу удержаться, чтобы не указать вам на еще одну закономерность. Что получится, если сложить кубы чисел, начиная с 1^3?

$$1^3 = 1 = \mathbf{1}^2$$
$$1^3 + 2^3 = 9 = \mathbf{3}^2$$
$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 36 = \mathbf{6}^2$$
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100 = \mathbf{10}^2$$
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 225 = \mathbf{15}^2$$
...

Сумма кубов всегда представляет собой квадрат числа

Подсчитывая сумму кубов, мы получаем 1, 9, 36, 100, 225 и т. д. — числа, которые являются полными квадратами. Но это не *любые* квадраты, а квадраты 1, 3, 6, 10, 15 и т. д. — треугольных чисел! Мы уже знаем, что они по своей сути являются суммами простых чисел, а значит,

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 225 = 15^2 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5)^2$$

Другими словами, сумма кубов первых n чисел есть квадрат суммы этих самых первых n чисел. Подтвердить это мы пока не можем, но в главе 6 пару доказательств увидим.

Как быстро считать в уме

Среди читателей наверняка найдутся те, кто, познакомившись с этими примерами, скажет: «Ух ты, здо́рово! Но какая от всего этого польза?» Здесь в любом математике проснулся бы художник, и в ответ вы услышали бы: «Разве нужно красоте оправдание иное, нежели сама красота?» Ведь чем лучше мы понимаем числовые закономерности, тем глубже постигаем их красоту. И все-таки иногда они приносят практическую пользу.

Вот простая закономерность, которую мне посчастливилось обнаружить в юности (даже если я и не был первооткрывателем). Я смотрел на пары чисел, которые в сумме давали 20 (10 и 10, например, или 9 и 11), и думал, а какие из них надо перемножить, чтобы получить наибольшее произведение? Логика подсказывала, что это 10 на 10, и моя схема эта подтвердила.

	Разность с 100
$10 \times 10 = 100$	
$9 \times 11 = 99$	1
$8 \times 12 = 96$	4
$7 \times 13 = 91$	9
$6 \times 14 = 84$	16
$5 \times 15 = 75$	25
...	...

Произведения чисел, сумма которых равна 20

Эта закономерность была несомненна. Чем дальше отстояли друг от друга числа, тем меньше становилось произведение. И насколько они отдалялись от 100? На 1, на 4, на 9, 16, 25... То есть на 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2 и т. д. А потом мне стало интересно, работает ли эта закономерность для чисел, дающих другую сумму. Я решил попробовать 26:

	Разность с 169
$13 \times 13 = 169$	
$12 \times 14 = 168$	1
$11 \times 15 = 165$	4
$\boxed{10 \times 16 = 160}$	$\boxed{9}$
$9 \times 17 = 153$	16
$8 \times 18 = 144$	25
...	...

Произведения чисел, сумма которых равна 26

И я снова увидел, что наибольшее произведение дало умножение двух одинаковых чисел. А потом произведение стало уменьшаться с интервалом сначала 1, потом 4, потом 9 и т. д. Еще несколько подобных примеров убедили меня, что закономерность была строгой (ее алгебраическое выражение я покажу чуть позже). Выяснил я и то, что ее можно применять для быстрого возведения чисел в квадрат.

Допустим, нам нужно знать квадрат 13. Вместо того чтобы умножать 13×13, можно сделать умножение попроще: $10 \times 16 = 160$. До правильного ответа уже рукой подать, и чтобы его получить, достаточно будет прибавить возведенное в квадрат 3 — число, составляющее разницу между 13 и числами, которые мы перемножили. То есть:

$$13^2 = 10 \times 16 + 3^2 = 160 + 9 = 169$$

Можно взять еще один пример, скажем, 98 × 98. Для удобства к первому числу добавим 2 до 100, а от второго отнимем 2 до 96. Значит, к их произведению нужно будет прибавить 2^2. Вот наше уравнение:

$$98^2 = 100 \times 96 + 2^2 = 9600 + 4 = 9604$$

Особенно легко применять эту схему к числам, которые заканчиваются на 5: если уменьшить и увеличить их на 5, оперировать придется круглыми числами. Например:

$$35^2 = 30 \times 40 + 5^2 = 1200 + 25 = 1225$$

$$55^2 = 50 \times 60 + 5^2 = 3000 + 25 = 3025$$

$$85^2 = 80 \times 90 + 5^2 = 7200 + 25 = 7225$$

Теперь попробуем возвести в уме в квадрат 59. Увеличив и уменьшив это число на единицу, получим $59^2 = (60 \times 58) + 1^2$. Но как умножить в уме 60 на 58? Простой совет из двух слов: слева направо. Забудем на время про 0 и подсчитаем 6 × 58: 6 × 50 = 300 и 6 × 8 = 48. Потом сложим эти два результата (опять же, слева направо) и получим 348. И добавим ноль в конце, то есть 60 × 58 = 3480. Поэтому:

$$59^2 = 60 \times 58 + 1^2 = 3480 + 1 = 3481$$

Отступление

А вот алгебраическое доказательство этого метода (перечитайте это отступление после того, как во второй главе мы поговорим о *разнице квадратов*):

$$A^2 = (A + d)(A - d) + d^2$$

где A — число, возводимое в квадрат, d — разность с ближайшим круглым числом (формула, кстати, справедлива для любого d). Для примера возведем в квадрат 59: $A = 59$, $d = 1$, значит, формула превращается в $(59 + 1) \times \times (59 - 1) + 1^2$, как и в предыдущем вычислении.

Теперь, когда вы профессионально возводите в квадрат двузначные числа, можно попробовать и трехзначные. Если помните, $12^2 = 144$, значит:

$$112^2 = (100 \times 124) + 12^2 = 12\,400 + 144 = 12\,544$$

Есть еще одна подобная формула, которая работает для любых двух чисел, близких к сотне. Человек, который становится случайным свидетелем таких вычислений, испытывает чувство, будто наблюдает за трюком фокусника. Вот, например, 104 × 109. Рядом с каждым из них пишем число, на которое оно превышает сотню (см. пример ниже). В левом столбце сложим первое число со второй разностью и запишем результат: 104 + 9 = 113. В правом столбце перемножим две разности: 4 × 9 = 36. «Соединим» эти числа, то есть запишем их одно за другим и — тадам! — волшебным образом получим ответ: 11 336.

$$\begin{array}{rl} 104 & (4) \\ \times\,109 & (9) \\ \hline 113 & 36 \end{array}$$

Волшебный способ умножения чисел, близких к сотне, здесь — 104 × 109 = 11 336

Другие примеры и алгебраическую формулу такого вычисления я приведу чуть позже, в главе 2. И, раз уж мы об этом заговорили, кое-что еще о вычислениях в уме. Мы тратим уйму времени на то, чтобы научиться считать столбиком, хотя научиться делать это в уме куда быстрее. Задумайтесь: как часто в обычной жизни у нас есть время и возможность достать бумагу и провести все необходимые подсчеты? Для сложных вычислений можно воспользоваться калькулятором, но не будете же вы доставать его в магазине, читая данные об энергетической ценности на упаковке продуктов, или сидя в зале собрания, или дома, включив выпуск экономических новостей. Вот здесь-то, в оценке по-настоящему важных для вас цифр, и становятся очевидными все плюсы устного счета. Увы, в школе нас хорошо учат считать на бумаге, со счетом в уме дела обстоят плохо.

Строго говоря, эта тема достойна отдельной книги, но, раз уж мы говорим о магии, а не о способностях человеческого мозга, коснемся ее вскользь, обозначив лишь самые основные положения. Главный прием, о котором я не устаю говорить: считайте *слева направо*. Подсчеты в уме — это процесс постоянного упрощения. Вы начинаете с проблемы огромной, неподъемной, кажущейся непомерно сложной, и расщепляете ее на несколько элементарных и очевидных вопросов, пока не получите искомый результат.

Сложение в уме

Допустим, нам нужно подсчитать что-нибудь, вроде

$$314 + 159$$

(Я специально записываю это уравнение в одну строку, чтобы увести вас от искушения подсчитать столбиком.) Начнем с 314, прибавив сотню, чтобы упростить подсчеты:

$$414 + 59$$

Прибавить 50 к 414 еще проще. А затем:

$$464 + 9 = 473$$

Вот и вся суть сложения в уме. Есть еще один путь, не менее эффективный: превратить проблему сложения в более простую проблему вычитания. Способ этот хорош для подсчета цен в магазине. Возьмем, к примеру, сложим

$$\$23{,}58 + \$8{,}95$$

\$8,95 меньше \$9 лишь на 5 центов, поэтому легче сначала прибавить к \$23,58 именно \$9, а потом вычесть \$0,05. И смотрите, как все сразу упрощается:

$$\$32{,}58 - \$0{,}05 = \$32{,}53$$

Вычитание в уме

Главный прием при вычитании в уме — вычитать *больше, чем нужно*. Если вам нужно вычесть 9, гораздо легче вычесть 10, а потом прибавить лишнюю единицу. Например,

$$83 - 9 = 73 + 1 = 74$$

Соответственно, если вам нужно вычесть 39, вычтите 40 и прибавьте 1.

$$83 - 39 = 43 + 1 = 44$$

С двух- или трехзначными (как, впрочем, и с бóльшими) числами самая правильная стратегия — *дополняющие числа* (потом вы еще скажете мне за это спасибо). Дополняющее число — это разность между тем числом, которым вы оперируете, и ближайшим к нему бóльшим круглым.

В принципе, то же самое, что и в нашем примере с 9: в этом случае дополняющим числом будет 1, а ближайшим круглым — 10 (как и для всех однозначных чисел). Для двузначных чисел это будет 100. Посмотрите на пары чисел, которые мы складываем, чтобы получить 100. Что вы видите?

$$\begin{array}{r} 87 \\ +\,13 \\ \hline 100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 75 \\ +\,25 \\ \hline 100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 56 \\ +\,44 \\ \hline 100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 92 \\ +\,08 \\ \hline 100 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 80 \\ +\,20 \\ \hline 100 \end{array}$$

Двузначные числа, дополняющие до 100

Дополняющее число для 87 — 13, для 75 — 25 и так далее. И наоборот: дополняющее число для 13 — 87, а для 25 — 75. Решая каждую такую задачу слева направо, вы легко заметите, что во всех примерах (кроме последнего) сумма крайних левых чисел будет равна 9, а крайних правых — 10. Закономерность нарушается только тогда, когда числа заканчиваются на 0 (как в последнем примере): дополняющим числом для 80 будет 20.

Применим эту стратегию к вычислению 1234 – 567. Даже вычитание на бумаге в этом случае — не самое простое занятие, что уж говорить про подсчет в уме. Но с дополняющими числами этот *зубодробительный пример вычитания превращается в простейший пример сложения!* Вместо того чтобы вычитать 567, вычтем 600. Это гораздо проще, особенно если считать слева направо: 1234 – 600 = 634. Но ведь это не тот ответ, который нам нужен? Насколько не тот? Ровно на разность между 567 и 600 — такую же, как и между 67 и 100, то есть на 33. Значит,

$$1234 - 567 = 634 + 33 = 667$$

Правда, очень просто? Потому что при сложении ничего не нужно держать «в уме». И так просто дело будет обстоять почти всегда, когда вы используете дополняющие числа при вычитании, пусть и трехзначные:

$$\begin{array}{r} 789 \\ +\,211 \\ \hline 1000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 555 \\ +\,445 \\ \hline 1000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 870 \\ +\,130 \\ \hline 1000 \end{array}$$

Трехзначные числа, дополняющие до 1000

В большинстве случаев (когда числа не заканчиваются на 0) сумма «основной» и «дополнительной» цифр равна 9, за исключением последней пары, равной 10. Например, для 789: 7 + 2 = 9; 8 + 1 = 9; 9 + 1 = 10.

Следовательно, дополнительное число, считая слева направо, вычисляется так: 9 – 7 = 2, 9 – 8 = 1, 10 – 9 = 1. Метод дополнительных чисел пригодится при подсчете сдачи. Мои любимые бутерброды в соседнем магазине, например, стоят $6,76. Как узнать, сколько я получу, если расплачусь банкнотой в $10? Да как раз с помощью дополняющего до 1000 числа для 676 — 324. Значит, сдача будет $3,24.

Отступление

Каждый раз, покупая бутерброд, я волей-неволей замечаю, что и его цена, и возвращаемая мне сдача представляют собой квадраты чисел ($26^2 = 676$, а $18^2 = 324$). Вопрос на засыпку: есть еще одна пара квадратов чисел, которые дают в сумме 1000. Сможете их найти?

Умножение в уме

Вы не поверите, но для того, чтобы легко умножать в уме, хотя бы примерно, достаточно выучить обычную таблицу умножения. А потом — набить руку (не беспокойтесь, учить больше ничего не придется) в решении примеров, в которых однозначное число умножается на двузначное. И снова: главный трюк — считать слева направо. Умножая, например, 8 на 24, умножьте сначала 8 × 20, а потом — 8 × 4:

$$8 \times 24 = 8 \times 20 + 8 \times 4 = 160 + 32 = 192$$

Хорошо потренировавшись, переходите к перемножению одно- и трехзначных чисел. Это немного сложнее — просто потому, что чуть больше нужно держать в уме. Трюк в том, чтобы последовательно складывать промежуточные результаты и тем самым своевременно освобождать свою «оперативную» память. Например, при умножении 456 × 7 вашим предпоследним действием должно быть сложение 2800 + 350, а последним — прибавление 42.

$$\begin{array}{rr}
 & 456 \\
 & \times\quad 7 \\
\hline
400 \times 7 = & 2800 \\
50 \times 7 = & +\ 350 \\
\hline
 & 3150 \\
6 \times 7 = & +\ \ 42 \\
\hline
 & 3192
\end{array}$$

Следующий шаг по пути мастера — операции с двузначными числами. Как по мне, так здесь-то и начинается самое веселье, хотя бы потому, что способов, которыми можно достичь нужного результата, много и все они разные. Это значит, что вы можете проверить себя — и одновременно насладиться стройностью арифметических чудес. Рассмотрим всего один пример: 32×38.

Самый популярный (и наиболее близкий к подсчету в столбик) метод — это *метод сложения*, безотказный в решении почти любой задачи. Он предлагает нам разбить одно из чисел (обычно то, которое состоит из меньших цифр) надвое, умножить каждую часть на второе число, а потом сложить результаты. Например,

$$32 \times 38 = (30 + 2) \times 38 = 30 \times 38 + 2 \times 38 = \ldots$$

Как будем умножать 30×38? Сначала умножим 3×38, а в конце прибавим 0. То есть $3 \times 38 = 90 + 24 = 114$, поэтому $30 \times 38 = 1140$. А потом $2 \times 38 = 60 + 16 = 76$. В итоге

$$32 \times 38 = 30 \times 38 + 2 \times 38 = 1140 + 76 = 1216$$

Другой способ решить наш пример (особенно если одно из наших чисел заканчивается на 7, 8 или 9) — использовать *метод вычитания*. Начать следует с того, что $38 = 40 - 2$, а значит,

$$38 \times 32 = 40 \times 32 - 2 \times 32 = 1280 - 64 = 1216$$

Сложность обоих методов — как сложения, так и вычитания — заключается в том, что они заставляют вас постоянно держать в голове большие числа (вроде 1140 или 1280), одновременно делая другие вычисления. Не самая простая задача. Мне больше по душе *метод разложения на сомножители*, особенно полезный всякий раз, когда одно из имеющихся у нас чисел является произведением двух однозначных чисел. В нашем примере это 32 — произведение 8 и 4. Следовательно,

$$38 \times 32 = 38 \times 8 \times 4 = 304 \times 4 = 1216$$

Если же мы разложим 32 на 4 и 8, получим $38 \times 4 \times 8 = 152 \times 8 = 1216$, но я лично предпочитаю умножать двузначное число сначала на больший сомножитель, а промежуточный результат (обычно трехзначный) — на меньший.

Отступление

Метод разложения отлично работает при умножении на 11 — хотя бы потому, что здесь есть один любопытный и при этом простой трюк: *нужно просто сложить между собой цифры первого числа и поместить сумму в его середину*. Для примера умножим 53 на 11: 5 + 3 = 8, значит, ответ будет 583. А вот 27 × 11: 2 + 7 = 9, в итоге получаем 297. А если сумма больше 9, берем последнюю цифру результата сложения, а первую цифру исходного числа увеличиваем на единицу. Например, 48 × 11: 4 + 8 = 12, значит, ответ будет 528. По аналогии: 74 × 11 = 814. Этот трюк работает и при умножении на числа, кратные 11, например,

$$74 \times 33 = 74 \times 11 \times 3 = 814 \times 3 = 2442$$

Другой интересный метод — *метод сближения*. Его можно использовать, когда *двузначные числа*, которые вы перемножаете, *начинаются с одной и той же цифры*. Неискушенному наблюдателю он может показаться настоящим фокусом. Ведь разве можно просто взять и поверить, что

$$38 \times 32 = (30 \times 40) + (8 \times 2) = 1200 + 16 = 1216$$

Вычисления становятся элементарными, если последние цифры двух чисел дают в сумме 10 (как в нашем примере: оба числа начинаются с 3, а сумма их последних цифр — 8 и 2 — равна 10). Вот еще один пример:

$$83 \times 87 = (80 \times 90) + (3 \times 7) = 7200 + 21 = 7221$$

Но даже если вторые цифры не дадут в сумме 10, метод от этого не станет менее эффективным и эффектным, да и вычисления усложнятся не так уж и сильно. Чтобы умножить, например, 41 на 44, сначала надо уменьшить меньшее из них на единицу (чтобы работать с круглым числом 40) и, соответственно, увеличить на ту же единицу большее число:

$$41 \times 44 = (40 \times 45) + (1 \times 4) = 1800 + 4 = 1804$$

Для 34 × 37 отнимаем 4 у 34 (и остается 30) и отдаем их 37 (37 + 4 = = 41), а потом прибавляем 4 × 7:

$$34 \times 37 = (30 \times 41) + (4 \times 7) = 1230 + 28 = 1258$$

Кстати, помните загадочный пример с 104 × 109? Там использовался тот же самый метод:

$$104 \times 109 = (100 \times 113) + (04 \times 09) = 11\,300 + 36 = 11\,336$$

В некоторых школах, кстати, учеников заставляют учить не привычную таблицу умножения, которая заканчивается 10, но расширенную до 20. Наш метод сводит эту необходимость на нет:

$$17 \times 18 = (10 \times 25) + (7 \times 8) = 250 + 56 = 306$$

Как же так получается, что эта штука работает, спросите вы? Чтобы разобраться, нужно обратиться к алгебре — этим мы займемся в главе 2. А алгебра даст нам еще больше способов счета. Например, ту же задачу можно будет решить еще и вот так:

$$18 \times 17 = (20 \times 15) + ((-2) \times (-3)) = 300 + 6 = 306$$

Кстати, о таблице умножения: взгляните на столбцы и ряды однозначных чисел чуть ниже (я же обещал вам это показать, помните?). Перед нами встанет тот же вопрос, который встал перед юным Гауссом: *чему будет равняться сумма всех чисел таблицы умножения?* Не торопитесь, подумайте: вдруг у вас получится найти ответ каким-нибудь волшебным, потрясающим воображение способом? Ну а свой способ я предложу вам в конце главы.

Приблизительный подсчет в уме. Деление в уме

Давайте начнем с очень простого вопроса, на который существует очень простой ответ, которому по какой-то неизвестной причине не учат в школах:

а) если вам нужно перемножить два трехзначных числа, сможете ли вы сразу сказать, из скольки знаков будет состоять результат?

И чуть посложнее:

б) число из скольки знаков получится, если умножить четырехзначное число на пятизначное?

В школе почти все время уходит на то, чтобы подбирать цифры при умножении и делении, а не на то, чтобы подумать о том, *насколько* большим будет результат. Да-да, умение примерно оценивать, насколько большим будет ответ, куда важнее умения находить его последние или даже первые цифры. (Подумайте сами, какой практический прок от зна-

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Чему будет равняться сумма всех 100 чисел в таблице умножения?

ния того, что итог начинается с цифры 3, и не полезнее ли знать, к чему он будет ближе: к 30 или 300 000 или вовсе к 3 000 000?)

Ответ на вопрос (а) — из пяти или шести цифр. Знаете почему? Минимальный возможный пример — $100 \times 100 = 10\,000$ (здесь пять цифр). Максимальный — 999×999, результат которого однозначно будет меньше семизначного $1000 \times 1000 = 1\,000\,000$ (пусть и ненамного). Но раз 999×999 меньше, значит, в ответе будет шесть цифр (давайте, кстати, вспомним, насколько легко это посчитать: $999^2 = = (1000 \times 998) + 1^2 = 998\,001$.) Вот и вывод: результатом перемножения двух трехзначных чисел будет пяти- или шестизначное число.

Ответ на вопрос (б) — из восьми или девяти цифр. Почему? Наименьшее четырехзначное число — 1000, которое можно представить в виде 10^3 (единица с тремя нолями). Наименьшее пятизначное число — 10 000, равное 10^4. Следовательно, наименьшим произведением 10^3 и 10^4 будет 10^7 — единица с семью нолями, восьмизначное число. (Откуда взялось 10^7? Смотрите: $10^3 \times 10^4 = (10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10 \times 10) = = 10^7$.) Ну а наименьшим произведением будет число, лишь ненамного меньшее десятизначного $10^4 \times 10^5 = 10^9$, то есть девятизначное.

Такая логика приводит нас к простому правилу: **умножение m-значного числа на n-значное даст число, в котором $m + n$ или $m + n - 1$ знаков.**

Конкретное количество цифр в ответе легче всего определить, взглянув на начальные (крайние левые) цифры перемножаемых чисел. Если их произведение больше или равно 10, тогда в ответе будет $m + n$ цифр (например, в 271×828 произведение крайних левых цифр — $2 \times 8 = 16$ — больше десятки, поэтому ответом будет шестизначное число). Если произведение крайних левых цифр меньше или равно 4, тогда в ответе будет $m + n - 1$ цифр (например, 314×159 будет иметь пятизначный ответ). Ну а на случаи, в которых произведение крайних левых цифр будет равняться 5, 6, 7, 8 или 9, нам придется посмотреть чуть более внимательно. Например, произведение 222 и 444 — пятизначное, а вот 234 и 456 — шестизначное. Но куда важнее то, что оба ответа очень близки к 100 000.

В результате у нас получается еще более простое правило, уже в отношении деления: **деление m-значного числа на n-значное даст число, в котором $m - n$ или $m - n + 1$ знаков.**

То есть девятизначное число, разделенное на пятизначное, даст нам четырех- или пятизначный результат. Правило определения более конкретного ответа здесь еще проще, чем в случае с умножением. Крайние левые цифры не нужно ни умножать, ни делить — достаточно их просто *сравнить*. Если крайняя левая цифра делимого меньше крайней левой цифры делителя, в частном будет меньшее количество цифр ($m - n$). Если же крайняя левая цифра делимого больше крайней левой цифры делителя, в частном будет больше ($m - n + 1$) цифр. Если же цифры обоих чисел одинаковые, смотрим на следующие после них цифры и применяем то же правило. Например, в результате деления 314 159 265 на 12 358 мы получим пятизначное число, а на 62 831 — четырехзначное. Деление 161 803 398 на 14 142 даст пятизначный ответ, потому что 16 больше 14.

Рассказывать в подробностях про процесс деления в уме я здесь не буду: он мало чем отличается от деления в столбик на бумаге (но каким бы методом вы ни воспользовались, считать нужно слева направо). Но есть парочка уловок, которые значительно облегчат вам жизнь.

Скажем, если вы делите на 5 (или на любое число, заканчивающееся на 5), удвойте числитель и знаменатель, и задача станет проще. Например,

$$34 \div 5 = 68 \div 10 = 6{,}8$$
$$123 \div 4{,}5 = 246 \div 9 = 82 \div 3 = 27\frac{1}{3}$$

После удвоения обоих чисел хорошо видно, что и 246, и 9 кратны 3 (мы поговорим об этом подробнее в главе 3), поэтому задача упрощается до деления отдельно числителя и знаменателя на 3.

Отступление

Взгляните на *взаимно обратные числа* для чисел от 1 до 10:

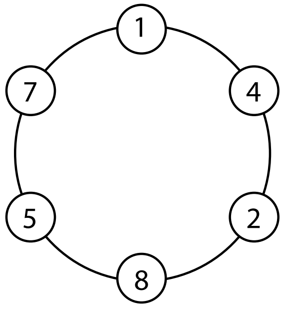
1/2 = 0,5; 1/3 = 0,333...; 1/4 = 0,25; 1/5 = 0,2;

1/6 = 0,1666...; 1/8 = 0,125; 1/9 = 0,111...; 1/10 = 0,1

Все дроби здесь либо конечны, либо цифры в них начинают повторяться со второго знака после запятой. Единственным исключением является десятичная дробь от 1/7, повторение в которой начинается с седьмой цифры:

1/7 = 0,142857142857...

(Причина этой закономерности в том, что все другие числа от 2 до 11 делятся на 10, 100, 1000, 9, 90 или 99, ближайший же делитель для 7 — 999 999.) Если же записать цифры десятичного аналога 1/7 в виде круга, произойдет чудо:



Круг одной седьмой

Что интересно, все другие дроби со знаменателем 1/7 тоже могут воссозданы с помощью бесконечного движения по этому кругу — меняться будет только точка начала этого движения. Посмотрите сами:

1/7 = 0,142857142857...; 2/7 = 0,285714285714...;

3/7 = 0,428571428571...; 4/7 = 0,571428571428...;

5/7 = 0,714285714285...; 6/7 = 0,857142857142...

Давайте закончим эту главу тем же вопросом, который мы уже задавали несколько страниц назад. *Чему будет равняться сумма всех чисел в таблице умножения?* На первый взгляд звучит пугающе — так же, как и попытка найти сумму первых ста чисел. Но знакомство со всеми описанными выше замечательными закономерностями, которые так ловко заставляют числа танцевать, значительно повышают наши шансы легко и красиво найти правильный ответ.

Начнем с первого ряда — посчитаем сумму всех чисел в нем. Можно — как Гаусс, можно — с помощью формулы треугольных чисел, а можно — путем обычного сложения:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

Так, теперь второй ряд. Вот как это будет выглядеть:

$$2 + 4 + 6 + \ldots + 20 = 2\,(1 + 2 + 3 + \ldots + 10) = 2 \times 55$$

По той же логике, 3 ряд будет равен 3×55. И так далее, и тому подобное, и в результате сумму всех чисел в таблице умножения можно подсчитать так:

$$(1 + 2 + 3 + \ldots + 10) \times 55 = 55 \times 55 = 55^2$$

Ну а возвести в уме 55 в квадрат вы теперь можете легко и просто… 3025!