

Содержание

Предисловие	21
Благодарности и адреса	28
Урок 1. Основы работы с Maple	29
1.1. Краткая характеристика систем класса Maple	30
1.1.1. Назначение и место систем Maple	30
1.1.2. Структура систем Maple	31
1.1.3. Язык программирования систем класса Maple	33
1.2. Начало работы с Maple	34
1.2.1. Установка и запуск Maple	34
1.2.2. Интерфейс Maple – классический или стандартный?	37
1.2.3. Основные возможности Maple 10	38
1.3. Интерфейс пользователя Maple 10	39
1.3.1. Окно системы	39
1.3.2. Меню системы	40
1.3.3. Палитры ввода математических символов	41
1.3.4. Всплывающие подсказки	42
1.4. Работа с файловыми операциями	42
1.4.1. Обзор позиции File меню	42
1.4.2. Создание нового документа	43
1.4.3. Открытие документа	43
1.4.4. Сохранение документа	44
1.4.5. Экспорт файлов и отсылка сообщений по E-mail	45
1.4.6. Закрытие документа	46
1.4.7. Запись настроек	46
1.4.8. Выход из системы	47
1.4.9. Печать документов	47
1.4.10. Предварительный просмотр страниц	48
1.4.11. Установка параметров принтера	49
1.5. Редактирование документов	49
1.5.1. Обзор позиции Edit меню	49
1.5.2. Операции разделения и объединения объектов	50
1.5.3. Исполнение выделенных ячеек или всего документа	50
1.5.4. Удаление ячеек вывода	50
1.6. Операции вставки	51
1.6.1. Обзор меню Insert	51
1.6.2. Основные команды вставки	51
1.6.3. Операции с секциями документов	52
1.6.4. Вставка и применение гиперссылок	53
1.6.5. Вставка и редактирование объектов	54
1.7. Электронные таблицы	55
1.7.1. Вставка электронных таблиц	55
1.7.2. Обзор позиции Spreadsheet меню	57
1.7.3. Работа с электронными таблицами	57

1.8. Операции форматирования	59
1.8.1. Обзор позиции Format меню	59
1.8.2. Установка стилей	60
1.9. Управление видом интерфейса Maple	62
1.9.1. Управление видом интерфейса	62
1.9.2. Установка закладок	63
1.9.3. Управление показом компонентов документа	63
1.9.4. Управление показом непечатаемых символов	63
1.9.5. Представление выражений в строках	64
1.9.6. Контроль за предполагаемыми переменными	66
1.9.7. Управление показом графиков	67
1.10. Позиция Window меню и работа с окнами	67
1.10.1. Позиция Window меню	67
1.10.2. Работа с окнами	68
1.11. Позиция Tools меню	69
1.11.1. Состав позиции Tools меню	69
1.11.2. Вывод окна всех команд	69
1.11.3. Помощники (ассистенты) Maple	69
1.11.4. Интерактивный построитель графиков	70
1.12. Работа с информационными ресурсами Maple 10	71
1.12.1. Доступ к справке при классическом интерфейсе	71
1.12.2. Доступ к справке при стандартном интерфейсе	71
1.12.3. Использование примеров из справки Maple 10	73
1.12.4. Быстрый справочник Quick Reference Card	75
1.13. Работа с пакетами расширения	75
1.13.1. Состав пакетов расширения	75
1.13.2. Получение информации о конкретном пакете	76
1.13.3. Полная и частичная загрузка пакетов расширения	76
1.14. Дополнительные возможности Maple 10	77
1.14.1. Автоматическая нумерация формул в документе	77
1.14.2. Новации интерфейса Maple 10	77
1.14.3. Новые палитры математических символов	78
1.14.4. Новые возможности графики Maple 10	79
1.14.5. Новый самоучитель по Maple 10	81
1.14.6. Словарь математических и инженерных терминов в Maple 10	83
1.14.7. Сопровождающая Maple 10 литература	84
1.14.8. Новые и доработанные пакеты расширения Maple 10	84
1.14.9. Новый набор примеров работы с Maple 10	85
1.14.10. Новые маплет-ассистенты Maple 10	85
1.14.11. Применение шаблонов (Templates) в Maple 10	87
1.14.12. Графический калькулятор Maple 10	88
1.15. Особенности работы с Maple 11	89
1.15.1. Новые возможности Maple 11	89
1.15.2. Интерфейс пользователя системы Maple 11	93
1.15.3. Работа с ассистентом Back Solver	93
1.15.4. Работа с электронным задачником	97
1.15.5. Улучшенные средства настройки системы Maple 11	98
1.16. Версии Maple 12/13/14	98
1.16.1. Новые возможности Maple 12	98

1.16.2. Особенности интерфейса пользователя системы Maple 12.....	99
1.16.3. Справка и самоучители Maple 12.....	101
1.16.4. Новые возможности Maple 12.....	103
1.16.5. Основные особенности версии Maple 13.....	104
1.16.6. Что нового в Maple 14.....	105
1.16.7. Стыковка Maple 14 с MATLAB.....	107
1.16.8. Интерфейс Maple 14.....	109
1.16.9. Окно справки Maple 14.....	109
1.17. Основы работы с Maple в диалоговом режиме.....	111
1.17.1. Начальные навыки работы.....	111
1.17.2. Понятие о функциях и операторах.....	112
1.17.3. Операторы и средства вывода выражений.....	114
1.17.4. Обработка и индикация ошибок.....	115
1.17.5. Примеры задания функций пользователя и построения их графиков.....	117
1.17.6. Пример применения инертных функций.....	119
1.18. Повышение эффективности работы с системой.....	119
1.18.1. Работа с контекстными меню правой клавиши мыши.....	119
1.18.2. Работа с панелью инструментов.....	120
1.18.3. Работа с контекстными панелями инструментов.....	120
1.18.4. Контекстная панель инструментов для двумерных графиков.....	122
1.18.5. Контекстная панель инструментов трехмерной графики.....	123
1.18.6. Строка состояния.....	124
1.18.7. Горячие клавиши системы Maple.....	125
1.18.8. Оценка скорости вычислений в Maple.....	125
1.19. Символьные вычисления.....	127
1.19.1. Понятие о символьных (аналитических) вычислениях.....	127
1.19.2. Простой пример символьных вычислений в электротехнике.....	129
1.19.3. Разбухание результатов символьных вычислений.....	130
1.19.4. Пример решения системы линейных уравнений.....	131
1.20. Работа с порталом Maple в Maple 13/14.....	132
Урок 2. Типы данных и работа с ними.....	137
2.1. Простые типы данных языка программирования Maple.....	138
2.1.1. Знаки алфавита.....	138
2.1.2. Зарезервированные слова.....	139
2.1.3. Работа с числами и арифметические вычисления.....	139
2.1.4. Точная арифметика.....	141
2.1.5. Вычисление числа π с произвольной точностью.....	142
2.1.6. Работа с комплексными числами.....	143
2.1.7. Контроль над типами чисел.....	145
2.1.8. Преобразования чисел с разным основанием.....	146
2.1.9. Пакет RealDomain для вычислений с действительными данными.....	146
2.1.10. Модификация графической функции plot.....	147
2.2. Сложные типы данных.....	147
2.2.1. Создание наборов (множеств).....	148
2.2.2. Создание и применение списков выражений.....	149
2.2.3. Создание массивов, векторов и матриц.....	149
2.2.4. Работа с строителем матриц Matrix Builder Maple.....	150
2.2.5. Ассистент импорта данных Import Data в Maple.....	151
2.2.6. Просмотр импортируемых в Maple данных.....	153

2.2.7. Создание Maple-таблиц и их применение	154
2.2.8. Пакет ListTool для работы со списками	155
2.2.9. Структура разбросанных полиномов ряда переменных SDMPolynom	156
2.3. Константы и их применение	157
2.3.1. Символьные и числовые константы	157
2.3.2. Строковые константы	157
2.3.3. Встроенные в ядро Maple константы	157
2.3.4. Идентификация констант	158
2.3.5. Защита идентификаторов констант	158
2.3.6. Задание новых констант	159
2.4. Работа с размерными величинами	159
2.4.1. Пакет поддержки размерных величин Units	159
2.4.2. Примеры работы с размерными величинами	159
2.4.3. Ассистент преобразования размерных величин в Maple 9.5/10	160
2.4.4. Пакет научных констант ScientificConstants	160
2.4.5. Работа с научными константами Maple 11	161
2.4.6. Вызов списка и свойств химических элементов	162
2.4.7. Ассистент преобразования единиц измерений	163
2.4.8. Ассистент научных констант	163
2.5. Функции для работы со строковыми данными	164
2.5.1. Создание и применение строковых данных	164
2.5.2. Неисполняемые программные комментарии	164
2.5.3. Контроль типа строковых данных	165
2.5.4. Интерактивный ввод строк	165
2.5.5. Обработка строк	166
2.5.6. Преобразование строки в математическое выражение	167
2.6. Переменные и их применение	167
2.6.1. Типы переменных	167
2.6.2. Назначение переменным имен	168
2.6.3. Присваивание переменным значений	168
2.6.4. Отмена операции присваивания и команда restart	169
2.6.5. Придание переменным статуса предполагаемых	170
2.7. Работа с файлами и документами	172
2.7.1. Типы файлов	172
2.7.2. Запись данных в файлы	173
2.7.3. Считывание данных из файлов	173
2.7.4. Запись и считывание m-файлов	174
2.7.5. Запись в файлы графических объектов	174
2.8. Вывод в специальных форматах	175
2.8.1. Вывод в формате LaTeX	175
2.8.2. Вывод на языке Фортран	176
2.8.3. Вывод на языке C	176
Урок 3. Математические выражения и функции	177
3.1. Работа с операторами	178
3.1.1. Операторы и операнды	178
3.1.2. Виды операторов	178
3.1.3. Применение бинарных (инфиксных) операторов	179
3.1.4. Работа с множествами	182
3.1.5. Оператор in в множествах	182

3.1.6. Применение унарных арифметических операторов	183
3.1.7. Применение оператора % и команды history	184
3.1.8. Логические операторы.....	185
3.1.9. Специальные типы операторов.....	186
3.1.10. Применение функциональных операторов	186
3.1.11. Определение нейтральных операторов.....	187
3.1.12. Определение операторов с помощью оператора define	187
3.2. Работа с математическими функциями и выражениями	189
3.2.1. Понятие о функциях	189
3.2.2. Математические выражения	190
3.2.3. Работа с элементарными функциями в системе Maple.....	191
3.2.4. Некоторые целочисленные функции и факториал	192
3.2.5. Функции с элементами сравнения и их применение	193
3.2.6. Тригонометрические функции и гармонический синтез	194
3.2.7. Обратные тригонометрические функции	197
3.2.8. Гиперболические и обратные гиперболические функции.....	198
3.2.9. Степенные и логарифмические функции	199
3.2.10. Применение элементарных функций для моделирования сигналов	200
3.2.11. Применение функций с элементами сравнения	202
3.2.12. Функции комплексного аргумента.....	203
3.2.13. Построение графиков функций в Maple-окне	204
3.3. Специальные математические функции	205
3.3.1. Обзор специальных математических функций	205
3.3.2. Специальные математические функции системы Maple.....	208
3.3.4. Консультант по функциям	210
3.3.5. Ассистент по специальным функциям в Maple 11	211
3.4. Работа с функциями пакетов расширения Maple	213
3.4.1. Работа с функциями пакета комбинаторики combinat	213
3.4.2. Функции пакета структур комбинаторики combstruct	215
3.4.3. Функции пакета теории чисел – numtheory.....	216
3.4.4. Пакет для работы с p-адическими числами – radic	216
3.4.5. Пакет для работы с гауссовыми целыми числами – GaussInt	216
3.5. Расширенные возможности Maple в работе с выражениями	217
3.5.1. Ввод выражений	217
3.5.2. Оценивание выражений	218
3.5.3. Последовательности выражений	220
3.5.4. Вывод выражений.....	221
3.5.5. Работа с частями выражений	222
3.5.6. Работа с уровнями вложенности выражений.....	223
3.5.7. Преобразование выражений в тождественные формы.....	223
3.5.8. Преобразование выражений.....	225
3.5.9. Контроль за типами объектов	226
3.6. Работа с подстановками	228
3.6.1. Функциональные преобразования подвыражений	228
3.6.2. Функциональные преобразования элементов списков.....	229
3.6.3. Подстановки с помощью функций add, mul и seq.....	231
3.6.4. Подстановки с помощью функций subs и subsop.....	231
3.6.5. Подстановки правил и подвыражений.....	233
3.6.6. Функции сортировки и селекции	233
3.7. Символьные преобразования выражений	236

3.7.1. Упрощение выражений – simplify.....	236
3.7.2. Расширение выражений – expand	240
3.7.3. Разложение целых и рациональных чисел – ifactor	241
3.7.4. Разложение выражений (факторизация) – factor.....	242
3.7.5. Комплектование по степеням – collect	243
3.7.6. Работа с пакетом рациональных нормальных форм RationalNormalForms	244
3.8. Статистические вычисления в системе Maple	245
3.8.1. Эксперименты, события и другие понятия статистики	245
3.8.2. Дискретные и непрерывные случайные величины	246
3.8.3. Законы распределения и статистические функции	248
3.8.4. Пакет статистических вычислений Statistics	248
3.8.5. Генерация случайных чисел с заданным распределением.....	249
3.8.6. Графика статистического пакета Statistics	249
3.8.7. Ассистент интерактивного статистического анализа данных	250
Урок 4. Математический анализ	253
4.1. Суммы и произведения членов последовательностей.....	254
4.1.1. Суммы членов последовательностей	254
4.1.2. Пакет вычисления специальных сумм sumtools	256
4.1.3. Произведения членов последовательностей	257
4.2. Вычисление производных	258
4.2.1. Определение производной и полного дифференциала.....	258
4.2.2. Функции дифференцирования diff и Diff	259
4.2.3. Дифференциальный оператор D	261
4.2.4. Импликативное дифференцирование	262
4.2.5. Maple-вычислитель производных Derivatives.....	263
4.2.6. Maple-инструмент по методам дифференцирования	264
4.3. Вычисление интегралов	265
4.3.1. Определение интегралов.....	265
4.3.2. Вычисление неопределенных интегралов	266
4.3.3. Конвертирование и преобразование интегралов	268
4.3.4. Вычисление определенных интегралов.....	268
4.3.5. Каверзные интегралы и визуализация результатов интегрирования	269
4.3.6. Вычисление несобственных интегралов	274
4.3.7. Интегралы с переменными пределами интегрирования	276
4.3.8. Вычисление кратных интегралов.....	277
4.3.9. О вычислении некоторых других интегралов	278
4.3.10. Maple-демонстрация построения графика первообразной	279
4.3.11. Maple-демонстрация методов интегрирования.....	280
4.3.12. Численное интегрирование.....	281
4.4. Вычисление пределов функций.....	283
4.4.1. Определение предела функции	283
4.4.2. Функции вычисления пределов.....	283
4.4.3. Вычисление пяти замечательных пределов.....	284
4.4.4. Графическая иллюстрация вычисления пределов с двух сторон	285
4.4.5. Maple-инструмент для иллюстрации методов вычисления пределов	285
4.5. Разложение функций в ряды	287
4.5.1. Вычисление степенных рядов	287

4.5.2. Разложение в ряды Тейлора и Маклорена	289
4.5.3. Пример документа – разложения синуса в ряд.....	290
4.5.4. Пакет вычисления степенных разложений <code>powseries</code>	293
4.5.5. <code>Maplet</code> -иллюстрация аппроксимации рядом Тейлора.....	294
4.6. Визуализация приложений математического анализа.....	295
4.6.1. Суммы Римана и приближение интегралов	295
4.6.2. Вычисление длины дуги	298
4.6.3. Иллюстрация теоремы о среднем	298
4.6.4. Построение касательной к заданной точке кривой.....	299
4.6.5. Построение касательной к заданной точке кривой и секущих линий	300
4.6.6. Вычисление поверхности вращения кривой.....	300
4.6.7. Вычисление объема фигуры, полученной вращением отрезка кривой ...	301
4.7. Решение уравнений и неравенств	302
4.7.1. Основная функция <code>solve</code>	302
4.7.2. Решение одиночных нелинейных уравнений	303
4.7.3. Решение тригонометрических уравнений	305
4.7.4. Решение систем линейных уравнений	306
4.7.5. Решение систем нелинейных и трансцендентных уравнений	309
4.7.6. Функция <code>RootOf</code>	310
4.7.7. Решение уравнений со специальными функциями.....	311
4.7.8. Решение неравенств	312
4.7.9. Решение функциональных уравнений	313
4.7.10. Решение уравнений с линейными операторами.....	313
4.7.11. Решение в численном виде – функция <code>fsolve</code>	314
4.7.12. Решение рекуррентных уравнений – <code>rsolve</code>	316
4.7.13. Решение уравнений в целочисленном виде – <code>isolve</code>	317
4.7.14. Функция <code>msolve</code>	317
4.8. Применение пакета расширения <code>student</code>	318
4.8.1. Функции пакета <code>student</code>	318
4.8.2. Функции интегрирования пакета <code>student</code>	319
4.8.3. Иллюстративная графика пакета <code>student</code>	319
4.8.4. Визуализация методов численного интегрирования	321
4.9. Работа с алгебраическими кривыми	321
4.9.1. Пакет для работы с алгебраическими кривыми <code>algcurves</code>	321
4.9.2. Примеры работы с алгебраическими кривыми	322
4.9.3. Построение алгебраических кривых класса <code>knot</code>	323
4.10. Векторные вычисления и функции теории поля.....	324
4.10.1. Пакет векторных вычислений <code>VectorCalculus</code>	324
4.10.2. Объекты векторных вычислений	325
4.10.3. Основные операции с векторами	327
4.10.4. Операции с кривыми.....	329
4.10.5. Интегрирование в пакете <code>VectorCalculus</code>	331
4.10.6. Задание матриц специального типа	332
4.10.7. Функции теории поля.....	335
4.10.8. Приближение площади сложной поверхности суммами Римана	337
4.10.9. Вычисление поверхностных интегралов	340
4.11. Пошаговый и поэтапный контроль вычислений	340
4.11.1. Функции <code>userinfo</code> и <code>infolevel</code>	340
4.11.2. Примеры применения функции <code>infolevel</code>	341

Урок 5. Анализ функциональных зависимостей и обработка данных	343
5.1. Анализ функциональных зависимостей	344
5.1.1. Понятие о функциональных зависимостях	344
5.1.2. Поиск экстремумов функций по нулям первой производной	344
5.1.3. Поиск экстремумов в аналитическом виде	346
5.1.4. Поиск максимума амплитудно-частотной характеристики	347
5.1.5. Поиск экстремумов с помощью функции extrema	348
5.1.6. Поиск минимумов и максимумов аналитических функций	349
5.1.7. Поиск минимума функций с ограничениями методом выпуклого программирования	351
5.1.8. Анализ функций на непрерывность	352
5.1.9. Определение точек нарушения непрерывности	353
5.1.10. Нахождение сингулярных точек функции	353
5.1.11. Вычисление асимптотических и иных разложений	354
5.1.12. Пример анализа сложной функции	355
5.1.13. MapleT-инструмент по анализу функциональных зависимостей	357
5.2. Работа с функциями из отдельных кусков	358
5.2.1. Создание функций из отдельных кусков	358
5.2.2. Простые примеры применения функции piecewise	359
5.2.3. Работа с функциями piecewise	359
5.3. Операции с полиномами	361
5.3.1. Определение полиномов	361
5.3.2. Выделение коэффициентов полиномов	361
5.3.3. Оценка коэффициентов полинома по степеням	362
5.3.4. Оценка степеней полинома	363
5.3.5. Контроль полинома на наличие несокращаемых множителей	364
5.3.6. Разложение полинома по степеням	365
5.3.7. Вычисление корней полинома	366
5.3.8. Основные операции с полиномами	367
5.3.9. Операции над степенными многочленами с отрицательными степенями	369
5.4. Работа с ортогональными полиномами	370
5.4.1. Состав пакета orthopoly	370
5.4.2. Вычисление ортогональных полиномов	371
5.4.3. Построение графиков ортогональных полиномов	372
5.4.4. Работа с рядами ортогональных многочленов	372
5.5. Пакет PolynomialTools	374
5.5.1. Обзор возможностей пакета PolynomialTools	374
5.5.2. Функции для работы с полиномами	375
5.5.3. Функции сортировки полиномов	376
5.5.4. Функции преобразования полиномов в PDE и обратно	377
5.6. Введение в интерполяцию и аппроксимацию	378
5.6.1. Основные понятия	378
5.6.2. Полиномиальная аппроксимация и интерполяция аналитических зависимостей	379
5.6.3. Интерполяционный метод Лагранжа	380
5.6.4. Интерполяционный метод Ньютона	381
5.6.5. Итерационно-интерполяционный метод Эйткена	381

5.6.6. Чебышевская интерполяция	381
5.6.7. Сплайновая интерполяция, экстраполяция и аппроксимация	382
5.6.8. Рациональная интерполяция и аппроаксимация	383
5.6.9. Метод наименьших квадратов (МНК)	384
5.6.10. Тригонометрическая интерполяция рядами Фурье	386
5.7. Аппроксимация зависимостей в Maple	388
5.7.1. Аппроксимация аналитически заданных функций	388
5.7.2. Сплайн-интерполяция в Maple	390
5.7.3. Полиномиальная интерполяция табличных данных	391
5.8. Применение числовой аппроксимации функций	394
5.8.1. Состав пакета numapprox	394
5.8.2. Разложение функции в ряд Лорана	394
5.8.3. Паде-аппроксимация аналитических функций	394
5.8.4. Паде-аппроксимация с полиномами Чебышева	396
5.8.5. Наилучшая минимаксная аппроксимация	397
5.8.6. Наилучшая минимаксная аппроксимация по алгоритму Ремеза	397
5.8.7. Другие функции пакета numapprox	398
5.9. Пакет приближения кривых CurveFitting	398
5.9.1. Общая характеристика пакета Curve Fitting	398
5.9.2. Функция вычисления В-сплайнов Bpline	399
5.9.3. Функция построения В-сплайновых кривых BsplineCurve	399
5.9.4. Сравнение полиномиальной и сплайновой аппроксимаций	400
5.9.5. Сплайновая аппроксимация при большом числе узлов	401
5.9.6. Функция реализации метода наименьших квадратов LeastSquares	402
5.9.7. Функция полиномиальной аппроксимации	404
5.9.8. Функция рациональной аппроксимации	405
5.9.9. Функция вычисления обычных сплайнов Spline	405
5.9.10. Функция аппроксимации непрерывными дробями	406
5.10. Выбор аппроксимации для сложной функции	406
5.10.1. Задание исходной функции и построение ее графика	406
5.10.2. Минимаксная аппроксимация	407
5.10.3. Эффективная оценка рациональных функций	408
5.10.4. Сравнение времен вычислений	409
5.10.5. Преобразование в код ФОРТРАНа или С	410
5.11. Интегральные преобразования функций	410
5.11.1. Прямое и обратное Z-преобразования	410
5.11.2. Быстрое преобразование Фурье	411
5.11.3. Общая характеристика пакета inttrans	412
5.11.4. Прямое и обратное преобразования Фурье	412
5.11.5. Вычисление косинусного и синусного интегралов Фурье	414
5.11.6. Прямое и обратное преобразования Лапласа	415
5.11.7. Интегральное преобразование Ханкеля	417
5.11.8. Прямое и обратное преобразования Гильберта	418
5.11.9. Интегральное преобразование Меллина	420
5.11.10. Функция addtable	420
5.12. Регрессионный анализ	421
5.12.1. Функция fit для регрессии в пакете stats	421
5.12.2. Линейная и полиномиальная регрессии с помощью функции fit	421
5.12.3. Регрессия для функции ряда переменных	423
5.11.4. Линейная регрессия общего вида	423

5.12.5. О нелинейной регрессии с помощью функции fit	424
5.12.6. Сплайновая регрессия с помощью функции BSplineCurve	425
5.12.7. Функции регрессии пакета Statistics в Maple 10/11	425
5.12.8. Нелинейная регрессия в пакете Statistics в Maple 10/11	426
5.13. Работа с функциями двух переменных	427
5.13.1. Maple-инструмент для работы с функциями двух переменных	427
5.13.2. Демонстрация разложения в ряд Тейлора функции двух переменных	428
5.13.3. Демонстрация вычисления градиента функции двух переменных	429
5.13.4. Демонстрация вычисления производной в заданном направлении	429
5.13.5. Демонстрация приближенного вычисления интеграла	431
5.13.6. Маплет-демонстрация сечения поверхности	431

Урок 6. Линейная алгебра, оптимизации и регрессии ...433

6.1. Основные операции линейной алгебры	434
6.1.1. Основные определения линейной алгебры	434
6.1.2. Системы линейных уравнений и их матричная форма	436
6.1.3. Матричные разложения	437
6.1.4. Элементы векторов и матриц	437
6.1.5. Преобразование списков в векторы и матрицы	438
6.1.6. Операции с векторами	439
6.1.7. Операции над матрицами с численными элементами	439
6.1.8. Символьные операции с матрицами	440
6.2. Пакет линейной алгебры linalg системы	443
6.2.1. Состав пакета linalg	443
6.2.2. Интерактивный ввод матриц	446
6.2.3. Основные функции для задания векторов и матриц	447
6.2.4. Работа с векторами и матрицами	447
6.2.5. Решение систем линейных уравнений	449
6.2.6. Визуализация матриц	451
6.3. Работа с пакетом LinearAlgebra и алгоритмами NAG	452
6.3.1. Назначение и загрузка пакета LinearAlgebra	452
6.3.2. Примеры матричных операций с применением пакета LinearAlgebra	453
6.3.3. Методы решения систем линейных уравнений средствами пакета LinearAlgebra	455
6.3.4. Решение системы линейных уравнений методом LU-декомпозиции	455
6.3.5. Решение системы линейных уравнений методом QR-декомпозиции	457
6.3.6. Решение системы линейных уравнений методом декомпозиции Холецки	458
6.3.7. Одновременное решение нескольких систем уравнений	460
6.4. Интеграция Maple с MATLAB	461
6.4.1. Краткие сведения о MATLAB	461
6.4.2. Загрузка пакета расширения Matlab	461
6.4.3. Типовые матричные операции пакета расширения Matlab	463
6.5. Линейная оптимизация и линейное программирование	464
6.5.1. Постановка задачи линейного программирования	464
6.5.2. Обзор средств пакета simplex	465
6.5.3. Переопределенные функции maximize и minimize	466
6.5.4. Прочие функции пакета simplex	467
6.6. Пакет оптимизации Optimization	469
6.6.1. Доступ к пакету Optimization и его назначение	469

6.6.2. Работа с функциями Minimize и Maximize.....	471
6.6.3. Линейное программирование – LPSolve.....	472
6.6.4. Квадратичное программирование – QPSolve	473
6.6.5. Нелинейное программирование – NLPsolve	474
6.6.6. Работа с функцией импорта данных из файлов – ImportMPC	475
6.6.7. Нелинейная регрессия.....	475
6.6.8. Маплет-оптимизация с помощью функции Interactive	475
6.7. Новые средства оптимизации Maple 10/11.....	477
6.7.1. Нелинейное программирование с ограничениями в Maple 10/11	477
6.7.2. Нелинейный метод наименьших квадратов в Maple 10/11	477
6.7.3. Глобальная оптимизация и пакет Global Optimization Toolbox.....	478
6.7.4. Применение ассистента оптимизации Maple 10/11.....	478
6.7.5. Применение ассистента приближения данных Maple 10/11	481

Урок 7. Решение дифференциальных уравнений483

7.1. Введение в решение дифференциальных уравнений	484
7.1.1. Дифференциальные уравнения первого порядка.....	484
7.1.2. Решение дифференциального уравнения радиоактивного распада.....	484
7.1.3. Модели популяций Мальтуса и Ферхюльса-Пирла	485
7.1.4. Системы дифференциальных уравнений	486
7.1.5. Сведение ДУ высокого порядка к системам ОДУ первого порядка.....	487
7.1.6. Решение задачи на полет камня.....	487
7.1.7. Классификация дифференциальных уравнений.....	489
7.1.8. Функция решения дифференциальных уравнений dsolve.....	490
7.1.9. Уровни решения дифференциальных уравнений	493
7.2. Примеры решения дифференциальных уравнений	493
7.2.1. Примеры аналитического решения ОДУ первого порядка.....	493
7.2.2. Полет тела, брошенного вверх.....	495
7.2.3. Поведение идеального гармонического осциллятора	496
7.2.4. Дополнительные примеры решения дифференциальных уравнений второго порядка.....	496
7.2.5. Решение систем дифференциальных уравнений	497
7.2.6. Модель Стритера-Фелпса для динамики кислорода в воде	497
7.3. Специальные средства решения дифференциальных уравнений ...	499
7.3.1. Численное решение дифференциальных уравнений.....	499
7.3.2. Дифференциальные уравнения с кусочными функциями	502
7.3.3. Структура неявного представления дифференциальных уравнений – DESol.....	504
7.4. Инструментальный пакет решения дифференциальных уравнений DEtools	504
7.4.1. Средства пакета DEtools	504
7.4.2. Консультант по дифференциальным уравнениям.....	505
7.4.3. Основные функции пакета DEtools	506
7.4.4. Дифференциальные операторы и их применение	511
7.5. Графическая визуализация решений дифференциальных уравнений	512
7.5.1. Применение функции odeplot пакета plots.....	512
7.5.2. Функция DEplot из пакета DEtools	513
7.5.3. Решение системы дифференциальных уравнений модели Лотки-Вольтера	515

7.5.4. Функция DEplot3d из пакета DEtools.....	516
7.5.5. Графическая функция dfieldplot.....	517
7.5.6. Графическая функция phaseportrait.....	518
7.6. Углубленный анализ дифференциальных уравнений.....	520
7.6.1. Задачи углубленного анализа ДУ.....	520
7.6.2. Проверка ДУ на автономность.....	521
7.6.3. Контроль уровня вывода решения ДУ.....	521
7.6.4. Приближенное полиномиальное решение дифференциальных уравнений.....	523
7.7. Решение дифференциальных уравнений специального вида.....	524
7.7.1. Определение жестких систем дифференциальных уравнений.....	524
7.7.2. Примеры решения жестких систем дифференциальных уравнений.....	525
7.7.3. Пример решения системы жестких дифференциальных уравнений химической кинетики.....	526
7.7.4. Решение дифференциального уравнения Ван-Дер Поля.....	528
7.7.5. Решение дифференциальных уравнений с двумя краевыми условиями.....	528
7.8. Решение дифференциальных уравнений с частными производными.....	530
7.8.1. Функция pdsolve.....	530
7.8.2. Инструментальный пакет расширения PDEtools.....	531
7.8.3. Примеры решения дифференциальных уравнений с частными производными.....	532
7.8.4. Функция PDEplot пакета DEtools.....	534
7.8.5. Примеры применения функции PDEplot.....	534
7.9. Сложные колебания в нелинейных системах и средах.....	536
7.9.1. Пример нелинейной системы и моделирование колебаний в ней.....	536
7.9.2. Фазовый портрет на плоскости.....	537
7.9.3. Фазовые портреты в пространстве.....	537
7.9.4. Распространение волн в нелинейной среде.....	539
7.10. Интерактивное решение дифференциальных уравнений.....	540
7.10.1. Средства интерактивного решения дифференциальных уравнений.....	540
7.10.2. Примеры интерактивного решения дифференциальных уравнений.....	540
7.11. Анализ линейных функциональных систем.....	543
7.11.1. Назначение пакета LinearFunctionalSystems.....	543
7.11.2. Тестовые функции пакета LinearFunctionalSystems.....	544
7.11.3. Функции решения линейных функциональных систем.....	544
7.11.4. Вспомогательные функции.....	544
7.12. Новые возможности Maple 10/11 в решении дифференциальных уравнений.....	545
7.12.1. Средства Maple 10/11 для аналитического решения дифференциальных уравнений.....	545
7.12.2. Средства Maple 10/11 численного решения дифференциальных уравнений.....	547
7.12.3. Новый графический решатель дифференциальных уравнений.....	547
Урок 8. Графика системы Maple.....	549
8.1. Двумерная графика.....	550
8.1.1. Введение в двумерную графику.....	550

8.1.2. Функция plot для построения двумерных графиков	550
8.1.3. Управление стилем и цветом линий двумерных графиков	553
8.1.4. Графики функций с разрывами	554
8.1.5. Графики нескольких функций на одном рисунке	555
8.1.6. Графики функций, построенные точками	556
8.2. Специальные типы двумерных графиков	556
8.2.1. Графики функций, заданных своими именами	556
8.2.2. Графики функций, заданных процедурами	557
8.2.3. Графики функций, заданных функциональными операторами	558
8.2.4. Графики функций, заданных параметрически	558
8.2.5. Графики функций в полярной системе координат	559
8.3. Построение трехмерных графиков	560
8.3.1. Функция plot3d	560
8.3.2. Параметры функции plot3d	561
8.3.3. Построение поверхностей с разными стилями	562
8.3.4. Построение фигур в различных системах координат	564
8.3.5. Графики параметрически заданных поверхностей	565
8.3.6. Масштабирование трехмерных фигур и изменение углов их обзора	565
8.3.7. Занимательные фигуры – трехмерные графики	568
8.3.8. Построение ряда трехмерных фигур на одном графике	568
8.4. Работа с графическими структурами	569
8.4.1. Работа с графическими структурами двумерной графики	569
8.4.2. Работа с графическими структурами трехмерной графики	570
8.5. Применение графики пакета plots	573
8.5.1. Пакет plots и его возможности	573
8.5.2. Построение графиков функций в полярной системе координат	576
8.5.3. Импликативная графика	576
8.5.4. Построение графиков линиями равного уровня	577
8.5.5. График плотности	579
8.5.6. Двумерный график векторного поля	580
8.5.7. Трехмерный график типа implicitplot3d	580
8.5.8. Графики в разных системах координат	580
8.5.9. Графики типа трехмерного поля из векторов	582
8.5.10. Контурные трехмерные графики	583
8.5.11. Визуализация сложных пространственных фигур	583
8.5.12. Новая функция сравнения двух зависимостей от комплексного аргумента	587
8.6. Динамическая графика	588
8.6.1. Простая анимация двумерных графиков	588
8.6.2. Проигрыватель анимированной графики	588
8.6.3. Построение трехмерных анимационных графиков	589
8.6.4. Анимация с помощью параметра insequence	590
8.7. Графика пакета plottools	591
8.7.1. Примитивы пакета plottools	591
8.7.2. Применение двумерных примитивов пакета plottools	592
8.7.3. Построение стрелок	592
8.7.4. Построение диаграммы Смита	594
8.7.5. Применение трехмерных примитивов пакета plottools	594
8.7.6. Построение графиков из множества фигур	596
8.7.7. Анимация двумерной графики в пакете plottools	598

8.7.8. Анимация трехмерной графики в пакете plottools	599
8.8. Расширенные средства графической визуализации	599
8.8.1. Построение ряда графиков, расположенных по горизонтали	599
8.8.2. Конформные отображения на комплексной плоскости	600
8.8.3. Построение сложных фигур в полярной системе координат	600
8.8.4. Построение сложных фигур имплективной графики	601
8.8.5. Визуализация поверхностей со многими экстремумами	603
8.9. Визуализация решений неравенств и итерационных уравнений	604
8.9.1. Визуализация решения систем неравенств	604
8.9.2. Иллюстрация итерационного решения уравнения $f(x) = x$	605
8.9.3. Визуализация ньютоновских итераций в комплексной области	607
8.10. Визуализация геометрических построений	607
8.10.1. Визуализация теоремы Пифагора	607
8.10.2. Визуализация построения касательной и перпендикуляра	609
8.10.3. Визуализация вычисления определенных интегралов	609
8.11. Расширенная техника анимации	610
8.11.1. Анимация разложения функции в ряд Тейлора	610
8.11.2. Анимация разложения импульса в ряд Фурье	610
8.11.3. Визуализация всех фаз анимации разложения импульса в ряд Фурье	612
8.11.4. Наблюдение кадров анимации поверхности	613
8.11.5. Другие формы применения функций анимации	614
8.12. Некоторые другие возможности графики	615
8.12.1. Смена осей координат, масштабирование и сдвиг графиков	615
8.12.2. Построение стрелок в пространстве	616
8.12.3. Построение сложных комбинированных графиков	616
8.12.4. Визуализация дифференциальных параметров кривых	617
8.12.5. Анимация колебаний мембраны	618
8.13. Визуализация поверхностей и параметров их полей	620
8.13.1. Визуализация экстремумов поверхности	620
8.13.2. Визуализация поля функции и вихрей	621
8.13.3. Визуализация поверхности и дивергенции ее поля	621
8.13.4. Визуализация теоремы Стокса	623
8.13.5. Визуализация поля электрических зарядов	623
8.14. Новые средства графики Maple 11/12/13/14	624
8.14.1. Новые средства двумерной графики в Maple	624
8.14.2. Новые средства трехмерной графики в Maple	626
8.14.3. Массивы разнотипных графиков	628
8.14.4. Графические наброски	628
8.14.5. Научная и инженерная графика в Maple 13/14	631
Урок 9. Пакеты расширения Maple специального назначения	635
9.1. Пакет планиметрии geometry	636
9.1.1. Набор функций пакета geometry	636
9.1.2. Пример применения расчетных функций пакета geometry	636
9.1.3. Визуализация геометрических объектов с помощью пакета geometry	638
9.2. Пакет стереометрии geom3d	640
9.2.1. Набор функций пакета geom3d	640
9.2.2. Пример применения пакета geom3d	641

9.3. Пакет функций теории графов networks	641
9.3.1. Набор функций пакета networks	641
9.3.2. Примеры применения пакета networks.....	643
9.3.3. Получение информации о графе	646
9.4. Математические пакеты расширения специального назначения	647
9.4.1. Инструментальный пакет для линейных рекуррентных уравнений – LREtools.....	647
9.4.2. Пакет функций дифференциальных форм diffforms	647
9.4.3. Пакет работы с тензорами tensor	648
9.4.4. Пакет Domains	650
9.4.5. Пакет алгебры линейных операторов – Ore_algebra	651
9.4.6. Пакет для работы с рациональными производящими функциями – genfunc.....	651
9.4.7. Пакет операций для работы с конечными группами – group	651
9.4.8. Пакет средств симметрии Ли – liesymm	651
9.4.9. Пакет команд для решения уравнений SolveTools.....	651
9.4.10. Пакет для работы с таблицами – Spread	652
9.4.11. Пакет линейных операторов LinearOperators	652
9.4.12. Пакет для работы с массивами ArrayTools	652
9.4.13. Пакет анализа ошибок научных вычислений ScientificErrorAnalysis	653
9.5. Пакеты расширения системного характера	653
9.5.1. Пакеты генерации кодов – codegen и CodeGeneration	653
9.5.2. Пакет создания контекстных меню context	655
9.5.3. Пакет организации многопроцессорной работы – process.....	655
9.5.4. Пакет поддержки стандарта MathML.....	655
9.5.5. Пакет XMLTools	656
9.5.6. Пакет StringTools для работы со строками.....	657
9.5.7. Пакет создания внешних программ ExternalCalling	657
9.5.8. Пакет работы с документами Worksheet	657
9.6. Пакет расширения Student Package	658
9.6.1. Состав пакета Student Package и его идеология.....	658
9.6.2. Подпакет линейной алгебры Linear Algebra	658
9.6.3. Средства визуализации векторных и матричных понятий.....	660
9.6.4. Визуализация метода наименьших квадратов.....	663
9.6.5. Подпакет вычислений для первокурсников Calculus1	666
9.6.6. Подпакет вычислений Precalculus	669
9.6.7. Другие возможности и особенности пакета Student Package	670
9.7. Пакет преобразования выражений Mathematica в выражения Maple	670
9.7.1. О системе Mathematica	670
9.7.2. Транслятор Mathematica-выражений	671
9.7.3. Maplet преобразования кодов Mathematica в коды Maple	673
9.7.4. Подпакет функций Mma	674
9.8. Пакет теоретической физики Physic системы Maple 11	674
Урок 10. Основы программирования	675
10.1. Задание функций	676
10.1.1. Задание функции пользователя	676
10.1.2. Конструктор функций unapply	677
10.1.3. Визуализация функции пользователя	677

10.1.4. Импликативные функции	677
10.2. Управляющие структуры	679
10.2.1. Условные выражения	679
10.2.2. Циклы for и while	681
10.2.3. Вложенные циклы и задание с их помощью матриц	683
10.2.4. Упрощенная конструкция циклов	684
10.2.5. Операторы пропуска и прерывания циклов	684
10.3. Процедуры и процедуры-функции	685
10.3.1. Простейшие процедуры	685
10.3.2. Графические процедуры	686
10.3.3. Просмотр кодов процедур	688
10.3.4. Оператор возврата значения RETURN	689
10.3.5. Статус переменных в процедурах и циклах	689
10.3.6. Объявления переменных локальными с помощью оператора local	689
10.3.7. Объявления переменных глобальными с помощью слова global	690
10.3.8. Функция вывода сообщений об ошибках ERROR	691
10.3.9. Ключи в процедурах	692
10.3.10. Ключ remember	692
10.3.11. Ключ builtin	693
10.3.12. Ключ system	694
10.3.13. Ключи operator и arrow	694
10.3.14. Ключ trace	694
10.3.15. Ключ copyright	694
10.3.16. Общая форма задания процедуры	695
10.4. Средства отладки программ	695
10.4.1. Средства контроля и отладки процедур	695
10.4.2. Преобразование программных кодов	699
10.4.3. Работа с отладчиком программ	699
10.5. Файловые операции с программными модулями	701
10.5.1. Считывание и запись программных модулей	701
10.5.2. Создание своей библиотеки процедур	702
10.6. Программирование символьных операций	705
10.6.1. Реализация итераций Ньютона в символьном виде	705
10.6.2. Вычисление интеграла по известной формуле	708
10.6.3. Вложенные процедуры и интегрирование по частям	710
10.7. Дополнительные возможности Maple-языка	711
10.7.1. Переназначение определений	711
10.7.2. Модули	712
10.7.3. Макросы	713
10.7.4. Внешние вызовы	714
10.7.5. Вызов внешних процедур, написанных на языке C	715
10.7.6. Стеки и очереди	715
10.8. Визуально-ориентированное программирование интерфейса	717
10.8.1. Вызов пакета Maplets	717
10.8.2. Примеры создания визуально-ориентированного интерфейса	717
10.8.3. Управление цветом	719
10.9. Моделирование RLC-цепи с применением маплет-интерфейса ...	721
10.9.1. Подготовка процедуры моделирования и тестового примера	721
10.9.2. Подготовка окна маплет-интерфейса	721

10.9.3. Организация связи между процедурой моделирования и маплет-интерфейсом	723
10.9.4. Моделирование RLC-цепи в окне маплет-интерфейса	723
10.10. Визуально-ориентированное проектирование маплетов в Maple	726
10.10.1. Ассистент по проектированию маплетов Maple Builder	726
10.10.2. Пример проектирования маплета – окна с текстовой надписью	727
10.10.3. Пример проектирования маплета – окна с графиком функции	728
10.10.4. Справка по проектированию маплетов	728
10.11. Компиляция численных процедур	730

Урок 11. Maple в математическом моделировании731

11.1. Исследование и моделирование линейных систем	732
11.1.1. Демпфированная система второго порядка	732
11.1.2. Система с малым демпфированием под внешним синусоидальным воздействием	734
11.1.3. Слабо демпфированная система под воздействием треугольной формы	735
11.1.4. Слабо демпфированная система при произвольном воздействии	737
11.1.5. Улучшенное моделирование свободных колебаний	740
11.1.6. Улучшенное моделирование колебаний при синусоидальном воздействии	741
11.1.7. Улучшенное моделирование колебаний при пилообразном воздействии	743
11.1.8. Анализ и моделирование линейных систем операторным методом	745
11.2. Моделирование динамических задач и систем	748
11.2.1. Расчет траектории камня с учетом сопротивления воздуха	748
11.2.2. Движение частицы в магнитном поле	750
11.2.3. Разделение изотопов	753
11.2.4. Моделирование рассеивания альфа-частиц	755
11.3. Моделирование и расчет электронных схем	757
11.3.1. Нужно ли применять Maple для моделирования и расчета электронных схем?	757
11.3.2. Применение интеграла Дюамеля для расчета переходных процессов	758
11.3.3. Малосигнальный анализ фильтра-усилителя на операционном усилителе	759
11.3.4. Проектирование цифрового фильтра	762
11.3.5. Моделирование цепи на туннельном диоде	766
11.3.6. Моделирование детектора амплитудно-модулированного сигнала	769
11.4. Моделирование систем с заданными граничными условиями	772
11.4.1. Распределение температуры стержня с запрессованными концами	772
11.4.2. Моделирование колебаний струны, зажатой на концах	774
11.5. Моделирование в системе Maple + MATLAB	777
11.5.1. Выделение сигнала на фоне шумов	777
11.5.2. Моделирование линейного осциллятора	778
11.6. Моделирование эффекта Доплера	779
11.6.1. Визуализация волн от источника звука	779
11.6.2. Звуковые волны от неподвижного источника	780

11.6.3. Случай движения источника звука со скоростью, меньшей скорости звука	781
11.6.4. Случай движения источника звука со скоростью света	781
11.6.5. Случай движения источника звука со скоростью, большей скорости звука	782
11.6.6. Случай движения источника звука с переменной скоростью	782
11.7. Применение дискретных волновых преобразований	783
11.7.1. Состав пакета расширения по дискретным преобразованиям	783
11.7.2. Прямое и обратное Фурье-преобразования.....	784
11.7.3. Функции пакета DiscreteTransforms для работы с вейвлетами.....	785
11.7.4. Примеры задания и представления вейвлетов.....	786
11.7.5. Примеры программирования в технике вейвлет-преобразований	787
11.7.6. Примеры применения вейвлет-преобразований	788
11.8. Новые средства имитационного моделирования в Maple	791
11.8.1. Пакет расширения MapleToolbox для MATLAB	791
11.8.2. Пакет расширения MapleSim	793
11.8.3. Примеры блочного моделирования с применением пакета MapleSim ..	794
Список литературы	797

Предисловие

В последние два десятилетия возникло и получило интенсивное развитие новое фундаментальное научное направление – компьютерная математика [1]. Она зародилась на стыке классической математики и информатики. Системы компьютерной математики (СКМ) широко применяются в науке и технике, особенно в системе образования. Все большее признание получают аналитические (алгебраические и символьные) вычисления, обладающие гораздо большей общностью, чем численные вычисления. Символьные вычисления реализованы в СКМ Derive, Maple, Mathematica и относятся к компьютерной алгебре.

Предвестником появления СКМ стали специализированные программы для математических численных расчетов, работающие в среде операционной системы Microsoft MS-DOS. Это Eureka [2], Mercury, Mathcad [3] и PC MATLAB [4]. Казалось бы, это было совсем недавно – еще в начале 90-х годов ушедшего столетия. Вслед за этим на основе достижений компьютерной математики появились новейшие программные системы символьной математики, или компьютерной алгебры (СКА). Среди них наибольшую известность получили системы Mathcad под Windows [5], Derive [6–8], Mathematica [9–11] и Maple [12–25] и др. Эти системы были в поразительно короткое время доведены до уровня, позволяющего резко облегчить, а подчас и заменить, труд самой почитаемой научной элиты мира – математиков-теоретиков и аналитиков.

Хотя множество (и даже большинство) математических задач решается с помощью СКМ в диалоговом (интерактивном) режиме без программирования (в общепринятом смысле), это не означает отказ от программирования вообще. Напротив, все СКМ, в частности Maple 10/11/12/13/14, имеют довольно развитый язык программирования, содержащий типовые средства процедурного программирования, например управляющие структуры, циклы, операторы ввода/вывода и т. д. Однако этот язык ориентирован на решение математических задач и относится к классу проблемно-ориентированных языков программирования сверхвысокого уровня.

В последнее время такие языки включают в себя средства визуально-ориентированного программирования пользовательского интерфейса – в Maple эти средства названы маплетами (maplets). Есть одно весьма важное обстоятельство в современной реализации этих новых средств – многие маплеты обеспечивают пошаговое решение математических задач с демонстрацией промежуточных результатов вычислений. Это именно то, что давно требовалось от СКМ в образовании и чего СКМ не давали. Теперь подобное решение задач стало возможным и существенно повышает значение систем Maple в образовании.

Вряд ли есть хоть один действительно серьезный научный проект, связанный с математикой и в целом с наукой и техникой, где СКМ не применялись бы в ходе его реализации. Однако иногда, особенно в диссертациях, применение этих систем не очень корректно скрывается, хотя без применения СКМ соответствующую задачу было бы просто невозможно решить. Между тем применение СКМ следует рассматривать как весьма положительный и эффективный фактор решения математических и научно-технических задач.

Лидером в области численных и матричных расчетов, а также в реализации техники имитационного и ситуационного моделирования стала мощная матричная система MATLAB с ее многочисленными пакетами расширения [26–32]. Однако в области аналитических вычислений она сильно уступает таким системам, как Maple и Mathematica. Знаменем стали интеграция таких систем, их поддержка в Интернете [33] и переход к мобильным вычислениям, ставший возможным благодаря появлению мобильных ПК – ноутбуков [34]. В частности, ядро Maple применяется в пакете расширения MATLAB по аналитическим вычислениям и в ряде версий системы Mathcad.

Но особенно велика роль систем компьютерной математики в образовании – они становятся не только мощным инструментом для выполнения огромного числа учебных расчетов, но и удобным средством предоставления учащимся, а нередко и педагогам, знаний в области математики, физики и в иных науках, использующих математические методы. Трудно переоценить и их роль в подготовке высококачественных электронных уроков, учебных курсов и книг, имеющих великолепные (в том числе анимационные) средства визуализации вычислений и «живые» примеры, которые учащиеся могут перекраивать, как говорится, на свой «вкус и цвет». Сказанное особенно характерно для систем класса Maple, изначально созданных в университетских кругах, хорошо знакомых с проблемами образования.

Попытки подготовки учебных курсов и самоучителей по системе Maple в России предпринимались неоднократно. Так, автором в 2002–2003 годах в издательстве «Питер» довольно большим тиражом были выпущены учебные курсы автора по Maple 6 и 7 [14, 15]. Все они давно быстро разошлись. Интересен довольно компактный самоучитель [21], но он описывает ныне сильно устаревшую реализацию Maple 8.

К сожалению, отдельных учебных курсов по системе Maple в учебные программы большинства наших университетов так и не было введено. Их изучение отводится на самостоятельную работу и возможно только при наличии достаточно качественных самоучителей.

Интерес к системе Maple продолжает расти. Судя по данным крупной поисковой системы Google, ныне он самый высокий в мире. Число ссылок на эту систему достигает 94 миллионов – см. рис. 0.1. И связано это прежде всего не только с мощностью и гибкостью этой системы в решении огромного числа математических и научно-технических задач, но и с ее направленностью на применение в современном образовании. Этому способствует то, что система изначально была создана усилиями ведущих университетов и научных школ всего мира.

Автор хотел бы обратить внимание читателей на то, что он лично считает непродуктивной иногда возникающую (особенно на сомнительных интернет-форумах по системе Maple с анонимными участниками) и нередко заказную полемику о признании лучшей какой-либо конкретной СКМ или тем более какой-то ее версии. Так, в момент подготовки этой книги революционные изменения произошли в недавно выпущенной конкурирующей с Maple системе Mathematica [11]. Были выпущены подряд три ее новейшие версии Mathematica 6/7/8. Продолжается бурное развитие матричной системы MATLAB [4] – появились уже ее версии MATLAB R2010b и даже R2011a. Система Derive [6–9] несколько лет была основой графических научных калькуляторов фирмы Texas Instrument.

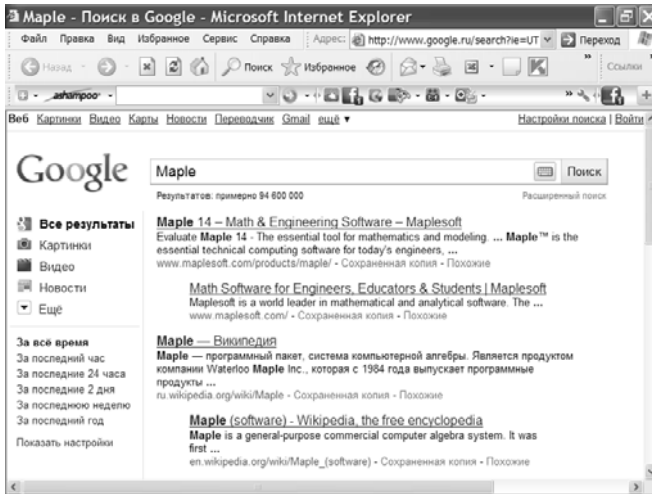


Рис. 0.1. Страница поисковой системы Google с данными о системе Maple

В России большой популярностью пользуется система Mathcad – последние версии Mathcad 14/15.

Каждая современная СКМ – это уникальный продукт интеллектуальной деятельности сотен и тысяч разработчиков таких систем, лучших математических школ мира и программистов самого высокого класса. Уже хотя бы в силу этого недопустимо неуважительное отношение к СКМ на основании выявления тех или иных ошибок в них, которые действительно имеют место (особенно в нелегальных копиях систем), но (в основной массе) устраняются в новых реализациях систем. К сожалению, на современном уровне разработки крупных программных продуктов ошибки в них неизбежны!

Не секрет, что разработчики различных СКМ не только конкурируют друг с другом, но и активно внедряют новые алгоритмы и новые достижения своих соперников в свои разработки. Происходит естественный процесс интеграции СКМ. К примеру, ядро системы Maple использовалось в ряде версий систем Mathcad, оно включено и в мощную матричную систему MATLAB. А в Maple появились пакеты расширения, обеспечивающие совместную работу системы с системами Mathematica и MATLAB.

Весьма непродуктивны и попытки преувеличения роли программирования в системе Maple. Следует всегда помнить, что СКМ изначально были созданы именно для минимизации затрат на программирование при решении подавляющего большинства математических и научно-технических задач. Входной язык большинства СКМ фактически является и языком их программирования. Каждая новая версия той или иной СКМ создается, как правило, в расчете на уменьшение затрат пользователя на программирование решаемых СКМ задач.

Для обеспечения совместимости документов пользователя со стандартными и весьма обширными возможностями Maple библиотеки внешних процедур пользователей должны быть предельно минимизированы по их числу. Вряд ли стоит механически увеличивать число пользовательских процедур в таких библиотеках, осо-

бенно если их применение не дает чего-то действительно нового и очень полезного и фактически сводится к использованию стандартных средств (операторов, функций и т. д.) систем. Иногда рекомендуется и даже афишируется применение нестандартных программных средств СКМ, в том числе Maple. Следует помнить, что правила культурного программирования просто запрещают это и, справедливость таких запретов многократно подтверждается практикой. Профессионализмом в решении задач с помощью СКМ является применение именно стандартных их средств (очень мощных и ориентированных на решение математических и научно-технических задач), а вовсе не «оригинальных» средств вроде программистских трюков.

Системы класса Maple были созданы группой ученых, занимающихся символьными вычислениями (The Symbolic Group), организованной Кейтом Геддом (Keith Geddes) и Гастоном Гонэ (Gaston Gonnet) в 1980 году в университете Waterloo, Канада. Вначале система Maple была реализована на больших компьютерах и прошла долгий путь апробации, вобрав в свое ядро и библиотеки большую часть математических функций и правил их преобразований, выработанных математикой за столетия развития. Есть реализации программы на платформах ПК Macintosh, Unix, Sun и др.

Системам класса Maple во всем мире посвящены многие сотни книг. Достаточно полный список книг по системам Maple можно найти на недавно обновленном сайте разработчика этой системы — компании Waterloo Maple Software, а затем фирмы Maplesoft (www.maplesoft.com). Среди них — предшествующие книги автора [1, 12–18] — рис. 0.2. С системой поставляются книги [45–49], которые являются ее фирменным описанием и обновляются по мере обновления версий системы Maple. Они, естественно, написаны на английском языке. Список русскоязычной литературы (увы, не полный) по системе Maple можно найти на сайте www.exponenta.ru.

Несмотря на свою направленность на самые серьезные математические вычисления, системы класса Maple необходимы довольно широкой категории пользователей: студентам и преподавателям вузов и университетов, инженерам,

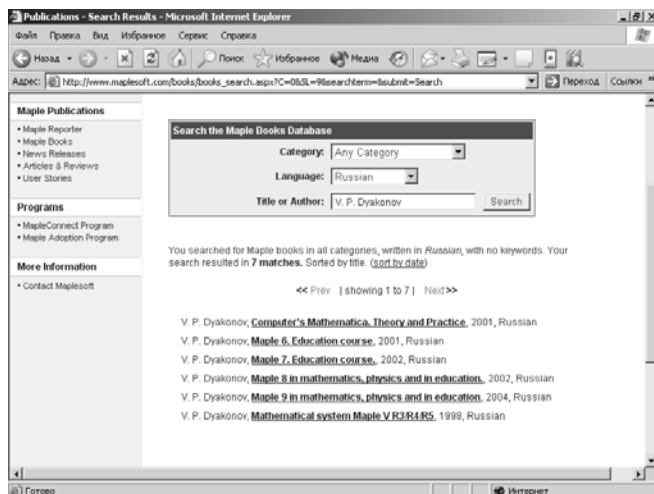


Рис. 0.2. Список книг автора на сайте разработчика системы Maple

аспирантам, научным работникам и даже учащимся математических классов общеобразовательных и специальных школ. Все они найдут в Maple многочисленные и достойные возможности для применения.

Особенно эффективно использование системы Maple при обучении математике и физике. Обширные возможности символьной математики объединяются в ней с прекрасными средствами математического численного моделирования и просто потрясающими возможностями графической визуализации вычислений. При этом очень привлекательно выглядят новые средства – маплеты. Применение таких систем, как Maple, возможно при преподавании и самообразовании, начиная от основ математики и заканчивая ее «сияющими» вершинами. Ширится применение Maple в технике математического (нередко смешанного – аналитического и численного) моделирования.

В конце апреля 2011 года фирма Maplesoft обновила начальную интернет-страницу своего сайта (рис. 0.3) и разместила на ней данные о последней реализации Maple 15. Новейшая версия имеет ряд достоинств: существенно повышена скорость выполнения многих операций, обеспечена поддержка компьютеров с многоядерными и многопоточными микропроцессорами, введено 270 новых математических и системных функций (к 4500 уже имеющимся в версии Maple 14), расширены возможности в решении дифференциальных уравнений аналитическими и численными методами, введены улучшения в области математического и имитационного моделирования, улучшены некоторые детали интерфейса пользователя, расширена информационная поддержка и т. д.

Описание Maple 15 в данную книгу не включено, поскольку эта версия появилась уже после подготовки макета данной книги, на этот момент она еще не поступила на российский рынок и автором не могла быть изучена достаточно глубоко. Поскольку ее усовершенствования не носят принципиально нового характера, то материал данного самоучителя вполне охватывает и возможности этой новейшей реализации системы Maple в рамках задач книги.



Рис. 0.3. Начальная интернет-страница фирмы Maplesoft с представлением последней версии Maple 15 системы Maple

В последние годы главной целью автора было справочное, учебное и монографическое описание новейших версий различных систем компьютерной математики по мере их выхода и с минимальной задержкой [1–19, 26–32]. При этом автор намеренно воздерживался от описания недокументированных средств систем и не акцентировал внимание на имеющихся в них ошибках. Все это отвечает интересам большинства читателей и соответствует общепринятой международной практике публикаций книг по современным программным продуктам.

Этот самоучитель написан на основе опыта подготовки крупной серии книг по системе Maple [13–19]. Последняя из них [19] признана лучшей на всероссийском конкурсе «Лучшая научная книга 2006» среди работников высшей школы, проведенном фондом развития отечественного образования в номинации «Новые информационные технологии» (www.fondro.sochi.ru). Однако данная книга имеет ряд важных отличий перед прежними книгами автора по системам класса Maple:

- она является наиболее полным самоучителем по СКМ Maple и предназначена для самостоятельного обучения основам работы в них;
- книга описывает новейшие реализации системы Maple 10/11/12/13/14, при этом описание версий Maple 11/12/13/14 в нашей литературе дано впервые;
- книга обобщает многочисленные материалы прежних книг автора (прежде всего [19]), справок, пакетов расширения и материалов, размещенных в Интернете;
- в книге описаны новые возможности интерфейса пользователя – как классического, так и стандартного в его новых вариантах;
- резко расширено описание маплет-средств визуально-ориентированного программирования (Maplets) и ассистентов по различным видам вычислений;
- описаны новый пакет оптимизации Optimization, обеспечивающий оптимизацию методами линейного, квадратичного и нелинейного программирования, а также выполнение нелинейной регрессии, пакет расширения системы (CodeGeneration, Calculus1 и др.), консультанты (Advisors) по функциям и дифференциальным уравнениям, многочисленные ассистенты (Assistants) по различным видам вычислений;
- большее внимание уделено средствам решения дифференциальных уравнений, в частности жестких систем, уравнений с двойными краевыми условиями, уравнений динамики популяций, дифференциальных уравнений в частных производных с заданными граничными условиями и др.;
- расширено описание применения научных констант и возможностей пакетов векторного анализа и функций теории поля;
- впервые дано описание интеграции системы Maple с мощной матричной системой MATLAB;
- описаны новые функции вейвлет-преобразований в ядре новейших версий Maple;
- все примеры книги прошли тестирование в новых реализациях системы Maple, большинство примеров даны при реализации их в версиях Maple 11/12 как наиболее распространенных;

- книгу могут использовать (за редкими исключениями) и пользователи предшествующих реализаций Maple 8/9/9.5.

Самоучитель никоим образом не подменяет огромные по размеру англоязычные справочные системы Maple 10/11/12/13/14 и не является прямым переводом какой-либо из их частей. Он содержит авторское описание систем и основных ее компонентов, и потому мнение автора по значимости тех или иных возможностей систем класса Maple может не совпадать с мнением разработчиков системы и некоторых ее почитателей. Однако автор далек от навязывания своего мнения и старался объективно представить все наиболее важные возможности систем Maple 10/11/12/13/14.

В соответствии со сложившимся в наше время предназначением книг и справочных систем книги ныне нужны для общего знакомства с той или иной программной системой. Порой даже без компьютера, который далеко не всегда и не у всех есть под рукой и длительная работа с которым отнюдь не полезна для здоровья. А гипертекстовая справочная система ориентирована на оперативное знакомство с той или иной функцией системы и может использоваться только при работе на компьютере.

Если учесть, что системы Maple 10/11/12/13/14 имеют уже до 4500 встроенных и библиотечных функций с многочисленными вариантами их записи и многими примерами по каждой функции (их число по самым скромным оценкам намного превышает 10 000), то ясно, что никакая книга умеренного размера не сможет описать все функции системы с их примерами применения столь же подробно, как электронная справка с объемом в сотню мегабайт и выше. Такая цель изначально не преследуется данным самоучителем. Он содержит описание только избранных и наиболее важных (по мнению автора) функций и возможностей систем Maple 10/11/12/13/14. По возможности в книгу включены наиболее наглядные примеры применения систем, как оригинальные, так и взятые из различных источников (справки, Интернета и др.). Структура книги очевидна из ее детального оглавления.

Книга предполагает, что читатель знаком с высшей математикой в объеме вузовского или университетского курса, и потому содержит минимум учебного и справочного материала по математике. Дополнительные материалы по математике можно найти в книгах [35–44] и во многих других. Считается, что читатель знаком и с работой на персональном компьютере хотя бы в среде операционных систем Windows 95/98/NT/2000/XP/Vista. Если это не так, то стоит обратиться к книгам по этим программным средствам, которые, к счастью, ныне имеются в изобилии в книжных магазинах.

Каждый урок книги содержит материалы, изучение которых может потребовать до 6–10 часов времени. Вовсе не обязательно скрупулезно изучать эти материалы и все содержащиеся в уроках многочисленные примеры. Иногда достаточно просто общего знакомства с отдельными материалами и относящимися к ним примерами. Однако для читателя, заинтересованного в серьезном изучении системы Maple (а она этого достойна!), нужно внимательно ознакомиться с материалами каждого урока и опробовать приведенные в них примеры самостоятельно. Именно поэтому поставка CD-ROM с примерами при подготовке данного

самоучителя не предполагалась изначально. Такой CD-ROM прилагался к книге [19], и большинство описанных в нем примеров вполне применимо и для новых реализаций Maple, описанных в данной книге.

Оглавление книги настолько подробно, что вполне заменяет тематический каталог. Список литературы содержит лишь те книги, которые автор использовал при подготовке данного самоучителя и считает возможным рекомендовать читателям для дополнительного знакомства с системами компьютерной математики в рамках отмеченной выше концепции знакомства с СКМ.

Благодарности и адреса

Особую благодарность автор выражает представителю корпорации Waterloo Maple г-ну Ph. D. Jason Schattman за любезно представленные программные продукты и документацию, а также сотрудникам вычислительного центра заочного университета города Хагена (Германия), обратившим внимание одного из авторов (В. Дьяконова) на систему Maple V еще в самом начале ее появления на персональных компьютерах и предоставившим ее первую реализацию.

Автор благодарит и главного соперника фирмы Waterloo Maple Software – корпорацию Wolfram Research Inc. (США), создавшую систему Mathematica, за предоставленную ему возможность длительной научной стажировки на этой фирме в октябре-ноябре 2000 года. Во время этой стажировки автор по-новому увидел роль и значение современных систем компьютерной математики, оценил возможности и перспективы их интеграции и стал сторонником такой интеграции.

Своим коллегам профессорам [Владимиру Круглову] и Ирине Абраменковой и доценту Роману Кристаллинскому автор выражает благодарность за обсуждение отдельных материалов книги и приведенных в ней примеров. Декану физико-математического факультета Смоленского государственного университета проф. Кариму Расулову автор благодарен за постоянную поддержку работ автора и за его участие в организации проведения научных конференций по системам компьютерной математики и их приложениям, проведенных в СмолГУ. Одиннадцатая такая конференция была проведена в мае 2010 года.

Отзывы и замечания по данной книге можно отправлять автору по адресу его электронной почты vpdyak@yandex.ru и по адресу издательства, выпустившего данную книгу. К фирме Waterloo Maple Inc. можно обращаться по адресу: Waterloo Maple Inc., 57 Erb Street West, Waterloo, ON, Canada N2L 6C2. E-mail: support@maplesoft.com. Phone: (519) 747-2505. Fax: (519) 747-5284.

Основы работы с Maple

1.1. Краткая характеристика систем класса Maple	30
1.2. Начало работы с Maple.....	34
1.3. Интерфейс пользователя Maple 10	39
1.4. Работа с файловыми операциями	42
1.5. Редактирование документов.....	49
1.6. Операции вставки.....	51
1.7. Электронные таблицы.....	55
1.8. Операции форматирования	59
1.9. Управление видом интерфейса Maple	62
1.10. Позиция Window меню и работа с окнами.....	67
1.11. Позиция Tools меню	69
1.12. Работа с информационными ресурсами Maple 10	71
1.13. Работа с пакетами расширения ...	75
1.14. Дополнительные возможности Maple 10	77
1.15. Особенности работы с Maple 11 ...	89
1.16. Версии Maple 12/13/14	98
1.17. Основы работы с Maple в диалоговом режиме.....	111
1.18. Повышение эффективности работы с системой	119
1.19. Символьные вычисления	127
1.20. Работа с порталом Maple в Maple 13/14	132

Этот урок является кратким введением по всем новым реализациям систем компьютерной алгебры (СКА) Maple 10/11/12/13/14. Он акцентирует внимание пользователя как на отдельных различиях этих версий системы Maple, так и, главное, на их схожих возможностях и свойствах. Последних намного больше, чем различий. При этом, как правило, каждая последующая версия системы вбирает в себя возможности предшествующих версий. Описаны особенности интерфейса пользователя систем и основы работы с ними.

1.1. Краткая характеристика систем класса Maple

1.1.1. Назначение и место систем Maple

Системы класса Maple были созданы корпорацией Waterloo Maple, Inc. (Канада) как *системы компьютерной алгебры (СКА)* с расширенными возможностями в области символьных (аналитических) вычислений [1, 12]. В новых версиях Maple 10/11/12/13/14, выпускаемых фирмой Maplesoft, число встроенных в ядро и входящих в пакеты расширения функций превышает 4000. И они рассчитаны на решение большинства массовых математических задач без программирования в общепринятом смысле. Значительное внимание, которое было уделено в системах реализации численных методов решения различных математических и научно-технических задач, превратило Maple в универсальные *системы компьютерной математики (СКМ)*.

Система Maple любой версии, как интегрированная программная система, содержит:

- мощный язык программирования интерпретирующего типа – он же язык для интерактивного общения с системой;
- редактор для подготовки и редактирования документов и программ;
- современный многооконный пользовательский интерфейс с возможностью работы в диалоговом режиме;
- мощную справочную систему со многими тысячами примеров;
- словарь математических понятий и терминов с алфавитной организацией;
- ядро алгоритмов и правил преобразования математических выражений;
- численный и символьный программные процессоры;
- систему диагностики;
- библиотеки встроенных и дополнительных функций;
- пакеты расширения – как встроенные, так и сторонних производителей;
- средства поддержки некоторых языков программирования и интеграции с широко распространенными программами.

К этим средствам имеется полный доступ прямо из окна программы, реализованный *командным режимом* работы. Кроме того, Maple обеспечивает *автоматический режим* выполнения вычислений, реализованный его программными средствами. Они включают в себя задание поименованных процедур и функций, циклов, услов-

ных выражений и других средств обычного программирования. Система реализована на больших ЭВМ, рабочих станциях Sun, ПК, работающих с операционной системой Unix, ПК класса IBM PC, Macintosh и др. Новые реализации системы прошли тщательное тестирование на корректность решения математических задач.

1.1.2. Структура систем Maple

Центральное место в структуре Maple занимает *ядро* системы, которое состоит из множества *заранее откомпилированных* функций и процедур, представленных в машинных кодах и обеспечивающих достаточно представительный набор встроенных функций и операторов системы. Спецификой СКА является наличие в ядре множества правил преобразований математических выражений и функций в символьном (аналитическом) виде.

Ядро СКА и СКМ тщательно оптимизируется, поскольку от этого зависит скорость вычислений, обеспечиваемых той или иной системой компьютерной математики. Этому способствует и *компиляция* ядра, в результате которой оно представлено в машинных кодах, дающих быстрое исполнение. Доступ в ядро пользователя для его модификации, как правило, исключен. Объем ядра достигает нескольких мегабайт. Пишется ядро на языке реализации системы низкого уровня – в Maple это язык C. Поставка ядра в исходных кодах (на языке реализации) не практикуется. Нередко улучшенные алгоритмы вычислений ядра являются ноу-хау разработчиков и относятся к разряду закрытой информации. Пожалуй, это один из главных недостатков СКМ.

В новых версиях Maple в ядре исправлены многие погрешности, выявленные в ходе обширного тестирования предшествующих версий (до Maple 10) – прежде всего в крупных университетах мира. Впрочем, новые версии системы Maple иногда имеют и новые ошибки, а порой в них всплывают устраненные в предшествующих реализациях системы ошибки и недочеты. Бывает, что задача, легко решаемая в старой версии Maple, не желает решаться в новой версии или требует усилий по ее решению. Такова, увы, реальность разработки столь сложных программных продуктов, как Maple. Это не очень приятно, но и не следует делать из этого трагедию – знающие программирование специалисты прекрасно знают, что в таких крупных программных продуктах, как СКМ, число ошибок (в большинстве своем вовсе не фатальных и не принципиальных) может достигать многих сотен. Почти всегда есть средства, позволяющие избежать или обойти такие ошибки, – как правило, это правильная синтаксическая форма записи функций.

В Maple имеется также основная *библиотека* операторов, команд и функций. Многие встроенные в нее функции, как и функции ядра, могут использоваться без какого-либо объявления, другие нуждаются в особом объявлении. Кроме того, имеется ряд подключаемых проблемно-ориентированных пакетов (*packages*), тематика которых охватывает множество разделов классической и современной математики и физики. Настоящий самоучитель содержит выборное описание некоторых из этих пакетов.

Обширные возможности СКМ, включая СКА, в решении математических задач придают им функции не только суперкалькуляторов, но и мощных *электронных*